

## 6.7. ВЫВОДЫ

Существует несколько перспективных направлений разработки ИК-матриц, расположенных в фокальной плоскости, в которых используются ПЗС и (или) ПЗИ для мультилиплицирования и ВЗН. Развитие методов последовательно-параллельного сканирования должно обеспечить улучшение на порядок характеристик ИК-систем. Кроме получения удовлетворительного процента выхода годных сложных структур, существуют и другие проблемы, а именно, для диапазона 3...5 мкм — получение режима ОФ на требуемых частотах сканирования; для диапазона 8...12 мкм — устранение насыщения матриц, расположенных в фокальной плоскости.

При высоких плотностях упаковки существуют два метода последовательно-параллельного сканирования: первый включает в себя прямую инжекцию и электрическое соединение между каждым ИК-приемником и ПЗС-резистором в режиме ВЗН, во втором используется ПЗИ для предварительного мультилиплицирования. При использовании любого из этих методов получение высоких значений  $f^*$  при типичных в диапазоне 3...5 мкм фоновых засветках является сложной задачей. Приближенно отношение частот  $f^*$  для этих методов можно представить в виде

$$f_{\text{пзи}}^*/f_{\text{взн}}^* = \frac{C_{\text{взн}}}{C_{\text{пзи}}} \sqrt{(g_m \text{пзи}/N_m)/g_m \text{ взн}}. \quad (6.49)$$

причем исходя из отношения емкостей предпочтение можно отдать методу прямой инжекции, а исходя из отношения  $(g_m \text{пзи}/N_m)/g_m \text{ взн}$  — второму методу. Метод последовательно-параллельного сканирования ПЗИ более предпочтителен при насыщении, так как заряд хранится в фоточувствительном материале только часть времени смещения изображения на один элемент. Структуры ПЗИ также позволяют достичь высокой плотности упаковки, однако возникает проблема с рассеиваемой мощностью предусилителей. Инфракрасные ПЗС с генерацией в регистре отличаются простотой и усилением в режиме ВЗН, однако этот подход требует дальнейших разработок, чтобы обеспечить высокую эффективность переноса в материале, чувствительном к ИК излучению, а в диапазоне 3...5 мкм возникают проблемы, связанные с шумом захвата носителей на поверхностные состояния.

## 7. Нелинейный гетеродинный прием

*М. К. Тейч<sup>1</sup>*

### 7.1. ДВУХЧАСТОТНЫЙ ОДНОФОТОННЫЙ ГЕТЕРОДИННЫЙ ПРИЕМ

Обычный гетеродинный прием полезен для ряда применений, включая регистрацию рассеянного или отраженного излучения от движущейся цели (доплеровский радар), связь, спектроскопию и радиометрию, в различных областях спектра электромагнитных колебаний: в радио- и СВЧ, инфракрасном и видимом диапазонах. Преимущества этого метода приема хорошо известны: высокая чувствительность, хорошая частотная избирательность и сильно выраженная направленность. Это основной метод извлечения полезного сигнала и подавления помех в радарных системах. Значительное увеличение чувствительности по сравнению с чувствительностью прямого фотоприема, обусловлено знанием доплеровской частоты [известна также частота гетеродина или промежуточная частота (ПЧ)], что позволяет сузить полосу приемника с центральной частотой, расположенной около ПЧ. В таких системах для получения достаточно высокого отношения сигнал-шум необходимы: 1) более точное знание скорости движущегося источника или цели; 2) стабильный и в то же время перестраиваемый гетеродин; 3) минимальное частотное уширение, вызываемое целью или источником; 4) регистрация, по крайней мере, нескольких фотонов за интервал измерения. В реальных системах эти условия часто не выполняются, особенно в ИК и видимом диапазонах, что ограничивает возможности приема, который ведется в режиме, далеком от оптимального. В данной главе изучены характеристики и требования к различным системам гетеродинного приема. В частности, рассмотрены две основные существенно нелинейные системы, первая — из-за многоквантовости процесса фотоприема, вторая — из-за наличия смесительного устройства и последетекторного электронного тракта.

После краткого обзора обычного гетеродинного приема в ИК и видимом диапазонах проанализировано поведение многофотонного гетеродинного приемника. Для ряда интересных случаев получены выражения для величины сигнала, отношения сигнал-шум и минимально обнаружимой мощности (порога). Найдено, что характеристика приемного устройства зависит от корреляционных функций высшего порядка поля излучения и интенсивности излучения гетеродина. Этот метод может быть полезен в тех областях спектра, для которых отсутствуют приемники с высокой квантовой эффективностью, так как при многофотонном гетеродинном приеме теоретически могут быть получены характеристики, подобные характеристикам обычных гетеродинных приемников.

<sup>1</sup> Department of Electrical Engineering, Columbia University, New York, NY 10027, USA.

с квантовой эффективностью, равной единице. Обсуждены практические проблемы, которые могут вызвать затруднения при решении этой задачи. Данна физическая интерпретация процессов в модели поглощения «монохроматических» и «немонохроматических» фотонов. Наиболее детально рассмотрен двухфотонный гетеродинный приемник; представлены результаты предварительного эксперимента и предложения для постановки дальнейших экспериментов, подтверждающих полезность данного метода.

Затем исследована работа и характеристика трехчастотной нелинейной гетеродинной системы, которая позволяет устранить некоторые жесткие условия, необходимые для обычного гетеродинного приема, и в то же время имеет характеристическое для него почти идеальное отношение сигнал-шум. Эта система подобна гетеродинному радиометру, но в ней точно учитывается доплеровский сдвиг и статистика сигнала. В ней используют двухчастотный передатчик и нелинейный второй приемник. Система особенно полезна для выделения сигналов с неизвестным доплеровским сдвигом. Действительно, характеристики ее лучше, чем обычной системы, из-за уменьшения эффективной полосы шума. Хотя первостепенное внимание уделено ИК и видимой областям спектра — из-за больших доплеровских сдвигов, обсуждена также применимость метода в СВЧ и радиодиапазонах. Получены: отношение сигнал-шум, спектральная плотность мощности и минимально обнаружимая мощность для радара, работающего в непрерывном режиме и аналоговых системах связи, и проведено сравнение со значениями, получаемыми в стандартных условиях. Рассмотрены случаи синусоидального и гауссовского сигналов на входе. Обсуждены различные случаи, включая случаи оптимальной характеристики, типичного радара и системы связи с АМ и ЧМ. Этот метод имеет одинаковые преимущества для импульсного радара и цифровых систем связи как в отсутствие, так и при наличии логарифмически-нормального атмосферного канала. Представлены вычисленные на ЭВМ кривые вероятности ошибки при различных отношениях сигнал-шум на входе для разных параметров двухквантового приемника и различных степеней турбулентности атмосферы. Рассмотрены ортогональные и неортогональные схемы разложения сигнала с учетом и без учета затухания.

В последней части главы метод трехчастотного нелинейного смешения распространен на случай *n* частот и проанализирована не зависящая от сдвига Доплера характеристика радиометра, который регистрирует излучение известных объектов, движущихся с неизвестными скоростями. Получены значения отношения сигнал-шум и минимально обнаружимой мощности для синусоидальных и гауссовых сигналов с гауссовским и лоренцевским спектрами. В этом случае, в отличие от обычного гетеродинирования, не обязательно знание абсолютных значений частот покоящихся объектов и высокая стабильность гетеродина. Эта система может найти применение при обнаружении удаленных объектов, таких как межзвездные молекулы и пыль. Проанализирован ряд возможных

применений. Наконец, обращено внимание на недавно предложенное видоизменение метода, называемое гетеродинной корреляционной радиометрией, в которой используется часть приемной системы в качестве излучающего объекта. Эта система полезна для обнаружения объектов, энергия излучения которых распределена по большому числу линий, частоты которых могут быть неизвестны, но задан доплеровский сдвиг.

Обычное фотосмещение в ИК и видимой областях — полезный метод приема сигнала, особенно для оптической связи, спектроскопии и радиометрии, и изучен детально. Впервые эффект получен в классическом эксперименте с использованием двух зеемановских компонент видимой (некогерентной) спектральной линии [7.1]. После создания лазеров фотосмещение удается наблюдать сравнительно просто. Оно было изучено на длине волны 1,15 мкм с использованием Не—Не-лазера [7.2] и на линии 694,3 нм рубинового лазера [7.3]. Для продвижения в среднюю ИК область использовали CO<sub>2</sub>-лазер, работающий на длине волны 10,6 мкм и фоторезистор Ge:Cu, охлажденный до 4 К [7.4], или фотодиод из PbSnTe, работающий при 77 К [7.5]<sup>1</sup>.

Полученное в этих экспериментах отношение сигнал-шум по мощности соответствует теоретически предсказанному для параллельных плоскополяризованных лучей, падающих на фотоприемник, порог которого ограничен квантовым шумом в идеальных условиях [7.4—7.7], т. е.

$$(СШ)^{(1)} = \eta_1 P_1 / h v \Delta f, \quad (7.1)$$

где  $\eta_1$  — квантовая эффективность, электрон/фотон,  $P_1$  — мощность регистрируемого сигнала,  $hv$  — энергия фотона и  $\Delta f$  — ширина полосы усилителя. Случай, когда пороговая энергия при гетеродинном приеме ограничена шумами Джонсона, будет рассмотрен в разд. 7.4.3. Для световых лучей, которые не параллельны в пределах угла  $\theta = \lambda/d$ , где  $d$  — апертура приемника и  $\lambda$  — длина волны излучения, *СШ* уменьшается по сравнению со значением, определяемым (7.1) из-за пространственного усреднения сигнала в апертуре приемника. Этот эффект детально изучен в работе [7.7]. Подобные вычисления должны быть эффективны для сфокусированных пучков и впервые рассмотрены в [7.8]. В реальной системе необходимо учитывать и другие факторы [7.8a]. Тем не менее становится ясным, что отношение сигнал-шум — критерий, полезный только при определенных условиях. Недавно проанализирован гомодинный прием [7.8b] для регистрации сигнала и обсуждены эксперименты, в которых характеристики более естественно связаны с другими параметрами, такими как вероятность ошибки и др.

Другие экспериментальные и теоретические исследования связаны со статистической природой гетеродинного сигнала, возникающего при смешении когерентной волны с гауссовой (рассеян-

<sup>1</sup> Шире используются фотодиоды из CdHgTe, обеспечивающие быстродействие более 1 ГГц. — Прим. ред.

ной) волной [7.9, 7.10]. Хотя и было найдено, что стохастическая природа этого сигнала должна в деталях зависеть от статистики излучения, выражение, полученное для *СШ*, не зависит от функции корреляции поля высшего порядка [7.9, 7.10]. К тому же, используя результаты, полученные для полей, когерентных в первом порядке, и детекторов поглощения [7.11], можно показать, что в фототоке при смещении двух лучей не возникают компоненты с суммарной и удвоенной частотами и поэтому процесс гетеродинирования можно интерпретировать как аннигиляцию единичного («немонохроматического») фотона [7.12, 7.13]. Этот процесс качественно обоснован в работе [7.1]. Краткий обзор основных теоретических и экспериментальных аспектов гетеродинного приема в ИК и видимом диапазонах вместе с частичным обзором литературы представлен в [7.14]. Недавно показано с использованием геометрических и статистических представлений, что для обычного гетеродинного приема существует оптимальная площадь приемника; этот результат дополняет теорему [7.7], согласно которой произведение площади на апертурный угол примерно равно  $\lambda^2$ . Ряд авторов проанализировал статистику фотонов при суперпозиции когерентной и случайной компонент сигнала с одинаковой и различными частотами [7.15a—7.15]. Резюмируя, можно отметить, что обычный гетеродинный фотоприем хорошо изучен как теоретически, так и экспериментально, и этот метод очень полезен на практике.

## 7.2. ДВУХЧАСТОТНЫЙ МНОГОФОТОННЫЙ ГЕТЕРОДИННЫЙ ПРИЕМ

Поскольку многофотонный прямой фотоприем изучен детально, то кажется естественным исследовать реакцию гетеродинного приемника при наличии нескольких частот [7.16]. В этом параграфе получены выражения для отклика и отношения сигнал-шум по мощности для многофотонного гетеродинного приемника, особое внимание уделено простейшему случаю смещения двух волн в двухфотонном приемнике ИК или видимого излучения.

После краткого рассмотрения необходимых результатов по многофотонному прямому приему (см. разд. 7.2.1) в разд. 7.2.2 выведено выражение для отклика в общем случае многофотонного смещения (включая и важный случай двухфотонного смещения). В разд. 7.2.3 получено значение отношения сигнал-шум для многофотонного оптического гетеродинного приемника и сравнено с отношением сигнал-шум обычного гетеродинного фотоприемника. Результаты экспериментов по двухфотонной эмиссии приведены в разд. 7.2.4. В разд. 7.2.5 обсуждены возможные схемы будущих экспериментов.

### 7.2.1. Прямой многофотонный прием

Обычный фотоэффект открыт Герцем в 1887 г. и объяснен Эйнштейном в его знаменитой теперь работе, опубликованной в 1905 г., как процесс поглощения кванта света [7.17]. Тем не ме-

нее только в 1959 г. четко установлена связь между статистикой поля падающего излучения и статистикой эмиттированных фотонов [7.18]. В 1963 и 1964 гг. рассмотрены общие процессы фотоприема с использованием квантово-электродинамических когерентных состояний поля излучения [7.19, 7.20] и созданы удобные предпосылки для вычислений, учитывающие как одно-, так и многофотонное поглощение.

Будучи эффектом высшего порядка, многофотонная эмиссия наиболее легко наблюдается в отсутствие обычной (первого порядка) фотоэмиссии. Двухквантовая фотонная эмиссия становится существенной, когда

$$0,5 \Phi_0 < h\nu < \Phi_0, \quad (7.2)$$

где  $h\nu$  — энергия фотона регистрируемого излучения и  $\Phi_0$  — работа выхода данного материала. [Даже когда удовлетворяется неравенство (7.2), необходимо помнить о малом вкладе однофотонной эмиссии, который может возникнуть при возбуждении электронов с энергией на хвосте распределения Ферми [7.21]]. Двухфотонный фотоэффект экспериментально впервые наблюдался в 1964 г. на металлическом натрии при возбуждении излучением GaAs-лазера [7.22] и на антимониде сурьмы при возбуждении неодимовым лазером [7.23]. С тех пор выполнен ряд экспериментов по измерению фотоэлектрического выхода двух- и многофотонных процессов для различных материалов [7.24—7.28].

Теоретические работы в этом направлении сконцентрированы на двух аспектах проблемы: на вычислении вероятностей переходов в материале с помощью теории возмущений и другими методами и на влиянии статистической природы поля излучения на вероятность перехода. Эффект второго порядка впервые предсказан в работе [7.29], где вычислена его величина из модели поверхностной фотоэмиссии; эта идея развита дальше в работах [7.30—7.32]. Аналогичные вычисления проделаны в [7.33] и позже уточнены в [7.24, 7.25].

Все модели предсказывают, что постоянная компонента двухфотонного фототока  $W_{dc}^{(2)}$  (выраженная в амперах) пропорциональна квадрату мощности  $P$  падающего излучения и обратно пропорциональна облучаемой площади  $A$ . Используя результаты работ [7.24, 7.25, 7.30—7.33], выражение для двухфотонного фототока можно записать в виде

$$W_{dc}^{(2)} = \Lambda^{(2)}(\lambda, T) P \sim IP. \quad (7.3)$$

Здесь  $\Lambda^{(2)}$  — токовая чувствительность,  $A/\text{Вт}$  [7.8],  $\lambda$  — длина волны излучения,  $T$  — температура образца,  $P$  — мощность излучения,  $\text{Вт}$ , и  $I$  — облученность приемника,  $\text{Вт}/\text{см}^2$ . Двухквантовая эффективность (число электронов на фотон)  $\eta_2$  связана с токовой чувствительностью следующим соотношением:

$$\Lambda^{(2)} = (q/h\nu) \eta_2 \sim I, \quad (7.4)$$

где  $(h\nu/q)$  — энергия падающего фотона,  $\text{эВ}$ , величина порядка

единицы. Для  $k$ -фотонного процесса, обозначая величины, аналогичные введенным ранее  $W^{(k)}_{dc}$ ,  $\Lambda^{(k)}$  и  $\eta_k$ , получаем

$$W^{(k)}_{dc} = \Lambda^{(k)}(\lambda, T) P \sim I^{k-1} P; \quad (7.5)$$

$$\Lambda^{(k)} = (q/h\lambda) \eta_k \sim I^{k-1}, \quad (7.6)$$

$I$  — облученность фотоприемника, Вт/см<sup>2</sup>.

Типичные числовые значения для токовой чувствительности [7.25]:  $\Lambda^{(2)}_{Na}$  (845 нм, 300 К)  $\approx 8 \cdot 10^{-16} I$  А/Вт и  $\Lambda^{(2)}_{Cs,Sb}$  (1060 нм, 300 К)  $\approx 5 \cdot 10^{-11} I$  А/Вт. Заметим, что эти величины даже при точном измерении могут изменяться на множитель (обычно  $\leq 2$ ), зависящий от когерентности регистрируемого излучения.

Теоретические работы по многофотонным статистическим эффектам начаты в 1966 г. [7.34, 7.35] с рассмотрения функции корреляции высшего порядка по полю. После были выполнены более детальные расчеты [7.36, 7.37]. Все исследования предсказывали возрастание на множитель  $k!$  некоторых  $k$ -фотонных процессов, вызванных случайными (скорее чем когерентными) источниками. Позже это увеличение наблюдалось при двухфотонном фотoeffekte [7.26] и при генерации второй гармоники [7.38]. Полученное теоретически соотношение между спектрами двухфотонного фототока и статистикой регистрируемого излучения [7.39] сравнивалось с аналогичной зависимостью для однофотонного процесса [7.40]. В 1969 г. вычислено распределение двухфотонных фотосигналов [7.41] для разных источников сигнала: со стабилизированной амплитудой, спонтанного и лазерного. Эта работа была обобщена в [7.42] в 1970 г. на случай распределения фотосигналов высшего порядка, а в 1972 г. вышел досчерпывающий обзор по многофотонной фотоэмиссии и фотостатистике [7.43]. Детальные вычисления обобщенных статистик фотосигналов высших порядков выполнены в [7.15c].

## 7.2.2. Теория многофотонного смешения

Начнем этот раздел рассмотрением двухфотонного фотоприемника, находящегося в основном состоянии. Отклик приемника  $\psi^{(2)}$  в пространственно-временной точке  $x_a = r_a$ ,  $t_a$  может быть записан через функцию корреляции второго порядка  $G^{(2)}$  [7.19, 7.34, 7.36, 7.41]:

$$\psi^{(2)} \sim \text{tr} \{ \rho E^-(x_a) E^-(x_a) E^+(x_a) E^+(x_a) \} \equiv G^{(2)}(x_a x_a x_a x_a). \quad (7.7)$$

Здесь  $\rho$  — оператор плотности поля.  $E^-$  и  $E^+$  — комплексно-сопряженные операторы электрического поля  $E$ . Предполагаем, что энергетическая ширина конечного состояния фотоприемника шире полосы падающего излучения  $\Delta\nu$  [7.36, 7.37].

Если рассматривать смешение двух одномодовых волн с постоянной амплитудой, когерентных в первом порядке, параллельных друг другу, каждая из которых хорошо коллимирована, плоскополяризована вдоль общего единичного вектора и падает

нормально к фоточувствительному материалу, то можно записать положительную часть оператора электрического поля  $E^+$  как суперпозицию двух скалярных полей

$$E^+ = \varepsilon_1^0 e^{-i\omega_1 t} + \varepsilon_2^0 e^{-i\omega_2 t} \quad (7.8)$$

с угловыми частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Это эквивалентно полуклассическому приближению с использованием аналитического сигнала [7.44]. Комплексную амплитуду волны  $\varepsilon_i^0$  можно выразить через модуль  $|\varepsilon_i^0|$  и фазовый множитель  $\exp(i\alpha_i)$ :

$$\varepsilon_1^0 = |\varepsilon_1^0| e^{i\alpha}; \quad \varepsilon_2^0 = |\varepsilon_2^0| e^{i\beta}. \quad (7.9)$$

При этих условиях квантово-статистический отклик приемника может быть записан через компоненты поля:

$$\text{tr} \{ \rho E^- E^+ \} \Rightarrow |\varepsilon_1^0|^2 + |\varepsilon_2^0|^2 + 2 |\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0| \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha)]; \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} \text{tr} \{ \rho E^- E^- E^+ E^+ \} \Rightarrow & \{ |\varepsilon_1^0|^2 + |\varepsilon_2^0|^2 + 2 |\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0| \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + \\ & + (\beta - \alpha)] \}^2. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Эти выражения — скаляры и не содержат пространственной зависимости вследствие сделанных предположений о линейной поляризации, параллельности лучей и нормального падения.

Обобщая эти результаты на случай фотосмешения когерентного луча, для  $k$ -фотонного отклика получаем [7.19]

$$W^{(k)} \sim \text{tr} \{ \rho [E^-(x_a)]^k [E^+(x_a)]^k \}, \quad (7.12)$$

используя биномиальную теорему, получаем для гетеродинного сигнала

$$\begin{aligned} W^{(k)} = \xi_k & \left( (|\varepsilon_1^0|^2 + |\varepsilon_2^0|^2)^k + \left( \frac{k}{1} \right) \{ |\varepsilon_1^0|^2 + |\varepsilon_2^0|^2 \}^{k-1} \{ 2|\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0| \cos \times \right. \\ & \times \{ (\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha) \} \} + \left( \frac{k}{2} \right) \{ |\varepsilon_1^0|^2 + |\varepsilon_2^0|^2 \}^{k-2} \{ 2|\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0| \cos \times \\ & \times \{ (\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha) \} \}^2 + \dots + \left( \frac{k}{r} \right) \{ |\varepsilon_1^0|^2 + |\varepsilon_2^0|^2 \}^{k-r} \{ 2|\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0| \times \\ & \times \cos \{ (\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha) \} \}^r + \dots + \{ 2|\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0| \cos \{ (\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha) \} \}^k. \end{aligned} \quad (7.13)$$

Здесь  $\xi_k$  — коэффициент пропорциональности  $k$ -фотонного процесса.

Основные слагаемые постоянного тока пропорциональны  $|\varepsilon_1^0|^{2k}$  и  $|\varepsilon_2^0|^{2k}$  и могут быть связаны с поглощением  $k$  «монохроматических» фотонов из одного луча (1-го или 2-го соответственно). Наиболее высокочастотная составляющая тока пропорциональна  $|\varepsilon_1^0|^k |\varepsilon_2^0|^k \cos[k(\omega_1 - \omega_2)t + \phi]$  и соответствует поглощению  $k$  «немонохроматических» фотонов, каждый из которых связан с обоими лучами. Из вышеприведенного следует, что кратные и суммарные частоты не проявляются на выходе  $k$ -фотонного

го гетеродинного фотоприемника, точно так же, как и в случае однофотонного приемника [7.12—7.14].

Введя в (7.13) коэффициенты  $\zeta$  для одно- и двухфотонного фотоприемников, получим их отклики при смешении когерентного сигнала:

$$W^{(1)} = \zeta_1 \{ |\varepsilon_1^0|^2 + |\varepsilon_2^0|^2 + 2|\varepsilon_1^0||\varepsilon_2^0| \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha)] \}; \quad (7.14)$$

$$\begin{aligned} W^{(2)} = \zeta_2 \{ & |\varepsilon_1^0|^4 + |\varepsilon_2^0|^4 + 2|\varepsilon_1^0|^2|\varepsilon_2^0|^2 + 4|\varepsilon_1^0|^3|\varepsilon_2^0| \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + \\ & + (\beta - \alpha)] + 4|\varepsilon_1^0||\varepsilon_2^0|^3 \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha)] + \\ & + 4|\varepsilon_1^0|^2|\varepsilon_2^0|^2 \cos^2 [(\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha)] \}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Используя формулу для двойного угла в последнем слагаемом (7.15), можно записать

$$\begin{aligned} W^{(2)} = \zeta_2 \{ & |\varepsilon_1^0|^4 + |\varepsilon_2^0|^4 + 4|\varepsilon_1^0|^2|\varepsilon_2^0|^2 + 4|\varepsilon_1^0|^3|\varepsilon_2^0| \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + \\ & + (\beta + \alpha)] + 4|\varepsilon_1^0||\varepsilon_2^0|^3 \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + (\beta - \alpha)] + 2|\varepsilon_1^0|^2|\varepsilon_2^0| \times \\ & \times \cos [2(\omega_1 - \omega_2)t + 2(\beta - \alpha)] \}, \end{aligned} \quad (7.16)$$

после подстановки  $\cos^2$ . Как и было отмечено раньше, удвоенные и суммарные частоты отсутствуют. Нетрудно связать (7.15) с различными корреляционными функциями второго порядка  $G^{(2)}(x_a x_b x_c x_d) \equiv [abcd]$ . (Когда присутствуют два луча, необходимо рассматривать пространственно-временную точку для каждого из них, так что индекс в  $G^{(2)}$  принимает два значения [7.34]). Таким образом, первое слагаемое  $|\varepsilon_1^0|^4$  может быть связано с [1111], второе — с [2222], третье — с [1221] и [2112], четвертое — с четырьмя перестановками [1112], пятое — с четырьмя перестановками [2221] и шестое — с четырьмя перестановками [1212] при  $b \neq c$ . Коэффициент при каждом слагаемом в (7.15) равен числу перестановок в соответствующей каждому слагаемому форме функции корреляции. Отсюда непосредственно следует физическая интерпретация: первые два постоянных слагаемых в (7.15) возникают при поглощении двух «монохроматических» фотонов из одного и того же луча. Третье постоянное слагаемое, которое существует в двух перестановках с  $b=c$ , возникает при поглощении по одному «монохроматическому» фотону из каждого луча. Четвертое и пятое слагаемые соответствуют поглощению одного «монохроматического» фотона из одного луча и одного «нemoнохроматического» фотона, который должен быть связан с обоими лучами. Поэтому эти слагаемые дают вклад в ток на разностной частоте  $(\omega_1 - \omega_2)$  по аналогии с интерференционным слагаемым в однофотонном гетеродине [7.12—7.14]. Последнее слагаемое соответствует поглощению двух «нemoнохроматических» фотонов и поэтому изменяется с удвоенной разностной частотой, т. е.  $2(\omega_1 - \omega_2)$ . Ясно, что в случае однофотонного приема подобный процесс невозможен.

Как нетрудно видеть из сравнения (7.15) и (7.16), поглощение двух «nemoнохроматических» фотонов дает дополнительный вклад

в постоянный ток наряду со слагаемым с удвоенной разностной частотой. Это дополнительное слагаемое,  $2|\varepsilon_1^0|^2|\varepsilon_2^0|^2$ , появляется при двухфотонном фотосмещении; в отсутствие такого фотосмещения  $W^{(2)}$  необходимо находить из (7.15), а не из (7.16). В этом последнем случае отклик приемника уменьшается до значения, полученного ранее [7.34],

$$W^{(2)} \text{ (без смешения)} = \zeta_2 (|\varepsilon_1^0|^4 + |\varepsilon_2^0|^4 + 2|\varepsilon_1^0|^2|\varepsilon_2^0|^2) = \zeta'_2 (I_1 + I_2)^2, \quad (7.17)$$

где  $I_i$  соответствует интенсивности  $i$ -го луча, а  $\zeta'$  — новый коэффициент пропорциональности.

Представленные выше результаты могут быть обобщены на смешение модулированных, некогерентных и непараллельных лучей. Для примера рассмотрим две идеальные непараллельные ( $\theta > \lambda/d$ ) плоские волны, падающие на двухфотонный приемник так, что возможно пространственное усреднение. В отличие от однофотонного, этот приемник реагирует на квадрат изменения пространственно-временной интенсивности, в результате перекрестное слагаемое (включающее произведение  $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ ) постоянного тока увеличивается в 2 раза, как и в случае чисто временного смешения. Таким образом, двухфотонный постоянный фототок будет, вообще говоря, увеличиваться благодаря пространственно-временным изменениям интенсивности (интерференционные полосы); амплитуда увеличения зависит от конфигурации системы. Экспериментально увеличение двухфотонного фототока из-за пространственных изменений наблюдалось в работах [7.26, 7.38].

В заключение рассмотрим смешение несинусоидального излучения (т. е. некогерентного во всех порядках). Рассмотрим регистрацию двухфотонным приемником двух параллельных, плоско-параллельных, падающих нормально, перекрывающихся лучей от одного и того же теплового источника; один из лучей задержан относительного другого (время задержки  $\tau_\delta$ ). Ранее было показано, что такая схема приема эквивалентна работе самоинтегрирующего прибора Хэнбюри-Брауна — Твисса [7.34]. Для теплового источника в отсутствие сигнала биений находим:

$$W^{(2)} \text{ (без смешения)} = 2\zeta'_2 (I_1^2 + 2I_1 I_2 + I_2^2), \quad \tau_\delta < \tau_c; \quad (7.18)$$

$$W^{(2)} \text{ (без смешения)} = 2\zeta'_2 (I_1^2 + I_1 I_2 + I_2^2), \quad \tau_\delta > \tau_c, \quad (7.19)$$

где  $\tau_c$  — время когерентности источника. Для  $\tau_\delta < \tau_c$  (7.18) описывает усиление обоих исходных лучей и регистрируемой смешанной части излучения, возникающей из-за тенденции этих фотонов образовывать коррелированные пары (предполагаем, что время нахождения приемника в промежуточном состоянии  $\tau_1 \ll \tau_c$ ). Для  $\tau_\delta > \tau_c$  нет корреляции между временами прибытия фотонов из разных лучей. Таким образом, поглощение двух фотонов из одного луча приводит к увеличению в 2 раза перекрестного слагаемого по сравнению с его значением при поглощении по одному

му фотону из каждого луча. Это можно качественно понять из рассмотрения аддитивных гауссовых полей; сумма двух полностью коррелированных гауссовых случайных процессов ( $\tau_d < \tau_c$ ) имеет большую дисперсию, чем сумма двух независимых гауссовых случайных процессов ( $\tau_d > \tau_c$ ), приводя к увеличению перекрестного слагаемого при  $\tau_d < \tau_c$ . Устройство для наблюдения пространственных эффектов такого типа предложено в [7.44a].

Из вышеприведенного ясно, что двухфотонный ток может быть вычислен для различных конфигураций, включая различные относительные шкалы времени, угловые разделения, свойства поляризации и статистические характеристики. Некоторые дополнительные примеры изложены в [7.34]. Ясно, что в отличие от случая однофотонного тока, функция корреляции поля второго порядка играет важную роль в определении амплитуды сигнала.

### 7.2.3. Отношение сигнал-шум и минимально обнаружимое число фотонов

Вычислим приближенно отношение сигнал-шум для  $k$ -фотонного синусоидального гетеродинного приема, используя ту же процедуру, что и для однофотонного гетеродинного приема [7.4—7.6, 7.10]. Начнем с двухфотонного фотосмещения, пренебрегая компонентой с удвоенной разностной частотой (ПЧ) и предполагая, что переменный сигнал определяется разностной частотой. Таким образом, рассматривая смешение двух параллельных когерентных волн, из (7.16) получаем

$$W_{\text{ПЧ}}^{(2)} = 4\zeta_2 (|\varepsilon_1^0|^3 |\varepsilon_2^0| + |\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0|^3) \cos [(\omega_1 - \omega_2) t + (\beta - \alpha)]; \quad (7.20)$$

$$W_{dc}^{(2)} = \zeta_2 (|\varepsilon_1^0|^4 + |\varepsilon_2^0|^4 + 4|\varepsilon_1^0|^2 |\varepsilon_2^0|^2), \quad (7.21)$$

так что

$$W^{(2)} = \left\{ 1 + \frac{4 (|\varepsilon_1^0|^3 |\varepsilon_2^0| + |\varepsilon_1^0| |\varepsilon_2^0|^3) \cos [(\omega_1 - \omega_2) t + (\beta - \alpha)]}{|\varepsilon_1^0|^4 + |\varepsilon_2^0|^4 + 4|\varepsilon_1^0|^2 |\varepsilon_2^0|^2} \right\} W_{dc}^{(2)}. \quad (7.22)$$

Предположим, что одна из волн (которую назовем волной гетеродина) имеет большую интенсивность, т. е.  $E_2 \gg E_1$ . В этом случае

$$W_{\text{ПЧ}}^{(2)} \approx 4 (|\varepsilon_1^0| / |\varepsilon_2^0|) W_{dc}^{(2)} \cos [(\omega_1 - \omega_2) t + (\beta - \alpha)]; \quad (7.23)$$

$$\langle [W_{\text{ПЧ}}^{(2)}]^2 \rangle \approx 8 (|\varepsilon_1^0|^2 / |\varepsilon_2^0|^2) [W_{dc}^{(2)}]^2. \quad (7.24)$$

Мощность шума можно найти из спектра двухфотонного фототока [7.39], который обусловлен стохастической природой источника излучения. Для когерентного гетеродина большой мощности статистика  $k$ -фотонных отсчетов — пуссоновская [7.41, 7.42] и мощность двухфотонного (дробового) шума

$$\langle [W_{\text{ПЧ}}^{(2)}]^2 \rangle = 2q [W_{dc}^{(2)}]^2 \Delta f. \quad (7.25)$$

Таким образом, отношение сигнал-шум для двухфотонного приема можно записать [используя (7.3), (7.24) и (7.25)] в виде

$$(СШ)^{(2)} \approx \frac{4 P_1}{q \Delta f} \left[ \frac{W_{dc}^{(2)}}{P_2} \right] = \frac{4 P_1}{q \Delta f} \Lambda^{(2)}. \quad (7.26)$$

Используя связь между токовой чувствительностью  $\Lambda^{(2)}$  и двухквантовой эффективностью  $\eta_2$  из (7.4), получаем

$$(СШ)^{(2)} \approx 4 \eta_2 P_1 / h v \Delta f. \quad (7.27)$$

Заметим, что  $\eta_2$  пропорциональна интенсивности излучения гетеродина (7.4), и в рассматриваемом случае должно выполняться условие  $4\eta_2 < 1$ . Полученный результат подобен результату для однофотонного гетеродинного приемника (7.1); но там  $\eta_1$  не зависела от мощности гетеродина. Минимальная обнаружимая мощность<sup>1</sup> при двухфотонном приеме [7.4, 7.5]

$$P_{min}^{(2)} \approx h v \Delta f / 4 \eta_2. \quad (7.28)$$

Это соответствует минимальному числу фотонов  $N_{min}^{(2)}$ , регистрируемому за время разрешения приемника

$$N_{min}^{(2)} \approx (4 \eta_2)^{-1}. \quad (7.29)$$

В отличие от однофотонного приема характеристика не ограничена квантовой эффективностью фотоприемника ( $\eta_1$ ), так как  $\eta_2$  может увеличиваться с ростом мощности гетеродина. Следовательно, этот метод весьма полезен в тех областях спектра, для которых нет фотоприемников с высокой квантовой эффективностью.

Заметим, что отношение сигнал-шум на удвоенной разностной частоте, соответствующей поглощению двух «неменохроматических» фотонов, уменьшается на множитель  $P_1/P_2$ . Используя методы, аналогичные приведенным в [7.10, 7.34], получаем такие же выражения для отношения сигнал-шум и в случае смешения несинусоидальных лучей.

Отношение сигнал-шум можно получить для основной разностной частоты ( $\omega_1 - \omega_2$ ) и при гетеродинировании при  $k$ -фотонном поглощении. Выполнив аналогичные выкладки получим

$$(СШ)^{(k)} \approx c_k \eta_k P_1 / h v \Delta f; \quad (7.30)$$

$$P_{min}^{(k)} \approx h v \Delta f / c_k \eta_k; \quad (7.31)$$

$$N_{min}^{(k)} \approx (c_k \eta_k)^{-1}, \quad (7.32)$$

где  $c_k$  — постоянная (зависящая от  $k$ ), а  $\eta_k$  пропорциональна  $I^{k-1}$ , где  $I$  — интенсивность излучения гетеродина [см. (7.6)]. Здесь  $c_k \eta_k < 1$ .

<sup>1</sup> В отечественной научной литературе аналогичная величина называется гетеродинным порогом. В дальнейшем будем использовать этот термин. — Прим. перев.

## 7.2.4. Результаты экспериментов

В этом разделе изложим результаты предварительных экспериментов, в которых наблюдалась двухфотонная эмиссия из поверхности натрия, освещаемой двумя перекрывающимися лазерными лучами. Результаты измерений согласуются с теоретическими расчетами, приведенными в разд. 7.2.2, хотя в этих экспериментах и не наблюдалась компонента переменного тока фотосмещения.

Аппаратура для экспериментальных измерений двухфотонного фотосмещения показана на рис. 7.1. Источником излучения служил импульсный многомодовый полупроводниковый лазер из арсенида галлия мощностью 400 мВт в импульсе на длине волн

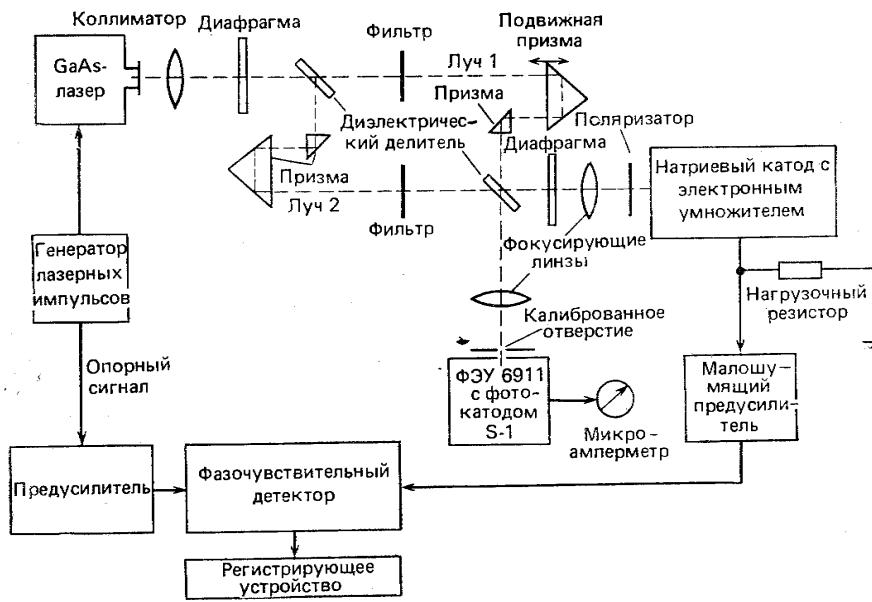


Рис. 7.1. Структурная схема экспериментального устройства для двухфотонного фотосмещения

~845 нм, работающий при 77 К. Наблюдался сдвиг мод из-за нагрева лазера в течение импульса длительностью 35 мкс. Излучение фокусировалось линзой с фокусным расстоянием 10 см, проходило через диафрагму и затем через систему диэлектрических делительных пластинок и антиотражающих призм, напоминающую интерферометр Маха — Цендера. Делительные пластинки пропускали примерно 2/3 излучения и были плоскопараллельными с точностью не лучше одной длины волны, что могло приводить к изменению фазы в поперечном сечении луча. Введение интерферометра имело целью независимый прецизионный контроль интенсивности в каждом луче (обозначаемом 1 или 2) с помощью

калиброванных ослабителей. С помощью скользящей призмы (см. рис. 7.1) луч 1 можно было задерживать во времени относительно луча 2, но в данных экспериментах это не очень существенно, так как  $\tau_b$  было много больше  $\tau_c$  из-за очень малой величины  $\tau_c$ . После прохождения второй диафрагмы и фокусирующей линзы (фокусное расстояние 6 см) излучение могло попадать на специально сконструированный натриевый фотокатод описанного ранее фотоумножителя [7.22, 7.24, 7.25]. Практически всегда перед фотоэлектронным умножителем (ФЭУ) помещался поляризатор (пленочный поляризатор) типа HN-7, как показано на рис. 7.1 (за исключением одного случая, который будет рассмотрен позже). Ток электронного умножителя проходил через нагрузку с сопротивлением 1 МОм, с которой снималось напряжение на вход малошумящего предусилителя фирмы Princeton Applied Research (PAR), за которым следовал синхронный детектор фирмы PAR. Фазочувствительный приемник настраивался на 2,2 кГц — частоту следования импульсов лазера. Использовались большие времена интегрирования, так что измерялся только постоянный ток или среднее значение этой компоненты тока. Опорный сигнал для синхронного детектора поступал непосредственно из кремниевого усилителя мощности [7.45], который применялся для запуска лазера.

Излучение из другого плеча интерферометра фокусировалось на отверстии диаметром 25 мкм, которое ограничивало апертуру на входе стандартного ФЭУ Dumont-6911 с фотокатодом S-1. Это обеспечивало сравнительно точное наложение двух лучей [7.24]. В данном эксперименте это обстоятельство критично, поскольку двухфотонный сигнал обратно пропорционален освещаемой площади  $A$ . Совмещение лучей определялось по максимуму сигнала фотоумножителя 6911; процедура совмещения лучей весьма трудна и требует большого внимания.

Измерения проводились по следующим этапам:

- Совмещались лучи до получения максимума тока ФЭУ 6911.
- Перекрывался луч 1 и двухфотонный ток  $\bar{W}^{(2)}_2$  от луча 2 максимизировался проецированием лазерного перехода на натриевую поверхность и затем регистрировался. С помощью калиброванного фильтра-ослабителя устанавливалось, что регистрировалась чисто двухфотонная эмиссия, т. е. что  $\bar{W}^{(2)}_2 \sim I^2_2$ , где  $I_2$  — интенсивность луча 2.
- Луч 2 перекрывался и регистрировался двухфотонный ток луча 1, после того как устанавливалась пропорциональность его  $I^2_1$ . (Коэффициент пропорциональности один и тот же в обоих случаях.)
- Регистрировался (на частоте повторений 2,2 кГц) полный средний двухфотонный ток  $\bar{W}^{(2)}$  при наличии обоих лучей.

Эксперименты выполнены для различных значений  $I_1/I_2$ , полученных ослаблением одного луча тонкими желатиновыми фильтрами (Kodak Wratten). Обычные стеклянные фильтры не исполь-

зовались из-за отражений в стекле, приводящих к возникновению дополнительных бликов, которые могут непредсказуемо изменять двухфотонный ток.

Полный средний двухфотонный ток на основной частоте повторения  $\bar{W}^{(2)}$  для различных отношений интенсивности лучей  $(I_1/I_2)$  показан на рис. 7.2. Сплошная кривая представляет зависимость  $\bar{W}^{(2)} \sim (I_1 + I_2)^2$ , которая является простой параболой  $(1 + I_1/I_2)^2$ , когда интенсивность  $I_2$  нормирована на 1. Здесь перекрестный член —  $2I_1I_2$ .

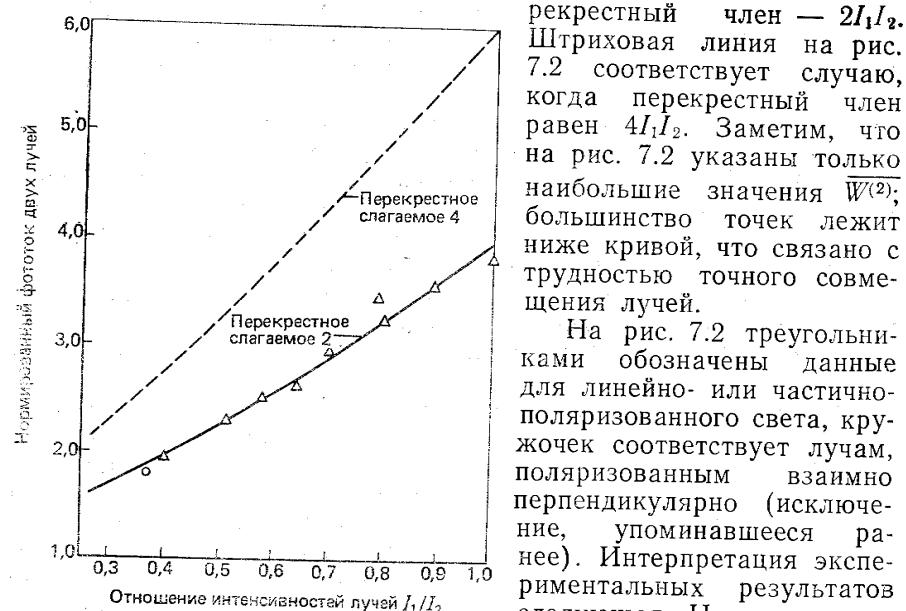


Рис. 7.2. Зависимости среднего двухфотонного фототока двух лучей (максимальные значения) от отношения интенсивности лучей:

ΔΔΔ — линейно- или частично-поляризованные лучи; ○ — взаимно перпендикулярно поляризованные лучи

ра можно рассматривать как излучение грауссовского источника со временем когерентности  $\tau_c \approx (\Delta\nu)^{-1} \approx 10^{-13}$  с. Поскольку время нахождения двухфотонного натриевого фотоприемника в промежуточном состоянии много меньше времени когерентности, то флуктуации мощности излучения увеличиваются в 2 раза по сравнению с флуктуациями однофотонного фототока. Так как это непосредственно относится к величине перекрестного слагаемого, двухфотонный ток также увеличивается в 2 раза, благодаря хаотическим пространственным флуктуациям перекрывающихся на приемнике лучей. Таким образом, получаем при перекрестном слагаемом коэффициент 2, т. е.  $\bar{W}^{(2)} \sim I_1^2 + 2I_1I_2 + I_2^2$  в согласии с экспериментом.

## 7.2.5. Обсуждение

Из вышеизложенного ясно, что многофотонный гетеродинный фотоприем более сложен, чем аналогичный однофотонный процесс. В частности, среднее значение отклика приемника и отношение сигнал-шум зависят от функции корреляции высшего порядка полей падающего излучения и излучения гетеродина. С физической точки зрения оказалось возможным сопоставить различным слагаемым тока приемника процессы поглощения. Для некоторых случаев вычислены гетеродинный порог и отношение сигнал-шум. Результаты предварительного эксперимента по двухфотонному смешению согласуются с теорией.

Хотя представляется, что простым увеличением мощности гетеродина можно сделать  $k$ -фотонный гетеродинный приемник таким же или даже лучшим, чем однофотонный, ряд практических проблем затрудняет его осуществление. Поскольку вероятности переходов быстро уменьшаются с увеличением  $k$  и к тому же пропорциональны  $A^{1-k}$ , то для достижения  $\eta_k$  порядка 0,1 для  $k > 2$  необходимы очень большие мощности гетеродина. Помимо проблемы настройки большие интенсивности вызывают термоионную эмиссию из разогретого катода или его разрушение.

Таким образом, двухфотонный процесс, вероятно, наиболее интересен и наиболее легко осуществим экспериментально. Можно предложить следующее устройство для детального изучения эффекта. Излучение неон-гелиевого лазера, работающего на длине волн 1,15 мкм, мощностью 0,5 мВт проходит через акустооптический модулятор (который расщепляет его на две частотные составляющие) и фокусирующую линзу. Луч, сфокусированный в пятно диаметром 5 мкм, имеет площадь  $2,5 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup>, что позволяет получить плотность мощности  $I \approx 2 \cdot 10^3$  Вт/см<sup>2</sup>. Используя фотокатод из Cs<sub>3</sub>Sb с работой выхода 2,05 эВ и токовой чувствительностью [7.23]  $5 \cdot 10^{-11}$  А/Вт, можно получить двухфотонный ток примерно  $5 \cdot 10^{-11}$  А. Подобный эксперимент позволил бы проверить справедливость формул (7.15) — (7.27). Если использовать YAG : Nd-лазер вместо неон-гелиевого, то экспериментальное устройство упростится, так как отпадает необходимость в очень тщательной фокусировке.

Хотя в этом параграфе обсуждалось линейно-поляризованное излучение, значительное увеличение  $k$ -фотонного тока может наблюдаться и для излучения с круговой (или эллиптической) поляризацией [7.46]. Заметим, что из измерения токовой чувствительности для разных значений  $\tau_c$  можно получить информацию о времени нахождения фотоприемника в промежуточном состоянии ( $\tau_1$ ).

Наконец, отметим, что использование двухфотонного смешения в трехчастотном нелинейном гетеродинном приемнике привело бы к уменьшению отношения сигнал-шум на коэффициент  $(P_1/P_2)$ , соответствующий поглощению двух «неменохроматических» фотонов. Следовательно, такое устройство непригодно для данной задачи. Следующий параграф посвящен обсуждению трехчастот-

ного метода, но с использованием однофотонного фотоприемника. В этом случае нелинейность определяется элементами электронной схемы, а не многофотонностью процесса, и (нежелательное) уменьшение отношения сигнал-шум не проявляется.

### 7.3. ТРЕХЧАСТОТНЫЙ ОДНОФОТОННЫЙ ГЕТЕРОДИННЫЙ ПРИЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНОГО ПРИБОРА

Распространение обычных методов микроволнового гетеродинирования на ИК и видимую области спектра и сопутствующее увеличение на много порядков доплеровского сдвига для цели с данной скоростью обеспечивают более успешное ее обнаружение [7.47], однако при этом проявляются перечисленные ранее трудности. Если радиальная скорость цели или разность частот передатчика и гетеродина в системах связи не может быть установлена (например, когда неизвестна частота гетеродина), то очень трудно обнаружить слабый сигнал, используя стандартный одно- или многофотонный гетеродинный метод. Неизвестная промежуточная частота (ПЧ) вынуждает использовать широкополосные детектор и электронный тракт, в результате чего уменьшается отношение сигнал-шум, или частотное сканирование приемника или гетеродина. Скорость сканирования ограничена временем отклика системы. К тому же, чтобы сигнал гетеродина оставался в пределах электрической полосы пропускания системы, частота его должна быть стабильной относительно частоты сигнала и ее можно было бы регулировать, чтобы следить за переменным во времени доплеровским сдвигом. Эти трудности более существенны в ИК и видимой областях из-за большого значения ПЧ (доплеровский сдвиг пропорционален частоте излучения).

В этом параграфе обсудим работу трехчастотного однофотонного нелинейного гетеродинного приемника, пригодного для работы радара в непрерывном и импульсном режимах, а также для аналоговой и цифровой связи. Идея этой схемы, подобной схеме гетеродинного радиометра, впервые была предложена в 1969 г. [7.48] и экспериментально проверена в 1972 г. [7.49]. Применимость системы детально теоретически изучена в [7.50—7.52]. Система позволяет реализовать почти идеальное отношение сигнал-шум, характерное для обычного гетеродинного приема, причем устраняются некоторые из обсуждавшихся ранее трудностей. Часто устраивается необходимость использования высокочастотной электронной аппаратуры, улучшается согласование полных сопротивлений, снижается коэффициент шума системы и расширяется рабочий диапазон по сравнению с их значениями в обычном случае.

Отпадает необходимость как обычного частотного сканирования, так и стабильного гетеродина. Это позволяет непрерывно наблюдать цели с доплеровским сдвигом частот значительно большей величины, чем было возможно раньше, что в особенности важно в ИК и видимом диапазонах, где доплеровские сдвиги обыч-

но велики [7.47]. Более того, для трехчастотной системы, как будет показано дальше, возможно увеличение отношения сигнал-шум на выходе по сравнению с его значением в обычной системе из-за уменьшения шумовой полосы.

Применяемое в этом параграфе понятие «нелинейный» относится к последедетекторному электронному тракту, а не к самому процессу, который также может быть назван нелинейным, так как включает в себя смешение или умножение. Это другой тип нелинейности по сравнению с обсуждаемым в § 7.2. В рассматриваемой системе оба сигнала малы, но хорошо известна разность частот  $\Delta\nu$  передатчика. С учетом частоты гетеродина  $f_L$  получим трехчастотную смесительную систему. Помимо гетеродинного смесителя для получения выходного сигнала на частоте, очень близкой к  $\Delta\nu$ , независимо от доплеровского сдвига частот сигналов включается нелинейный элемент, такой как квадратичный прибор.

Полная структурная схема системы приведена в разд. 7.3.1. В разд. 7.3.2—7.3.4 рассмотрено применение ее в случае непрерывной работы радара с синусоидальным, гаусс-гауссовским или гаусс-лоренцовским входными сигналами соответственно. Раздел 7.3.5 посвящен использованию системы в аналоговой связи, разд. 7.3.6 касается низкочастотных применений метода. За числовыми примерами разд. 7.3.7 следуют оценки характеристик системы для двоичной связи и импульсного радара в вакуумном канале (см. разд. 7.3.8) и логарифмически-нормальном атмосферном канале (см. разд. 7.3.9). В разд. 7.3.10 обсуждены полученные результаты. Основные результаты выражены через отношение сигнал-шум на входе и выходе системы.

#### 7.3.1. Структурная схема системы

На рис. 7.3 показана структурная схема радарного варианта системы. Передатчик излучает две волны с частотами  $f_1$  и  $f_2$ , разность которых  $f_c = |f_1 - f_2| = \Delta\nu$  известна с большой точностью. Это легко осуществить, в частности, если передатчик — двухмодовый

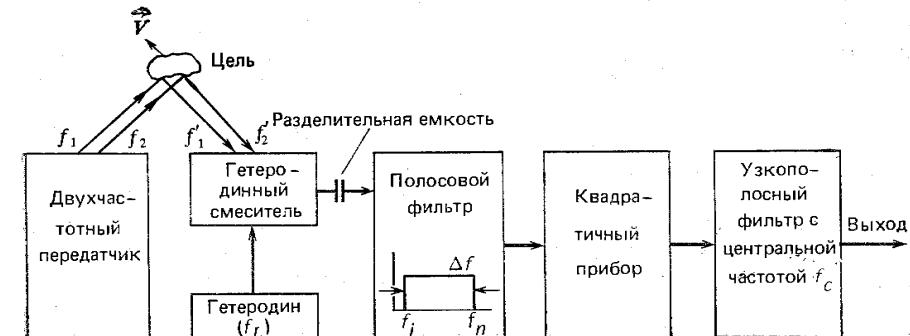


Рис. 7.3. Структурная схема трехчастотной нелинейной гетеродинной радарной системы

лазер (так как частотный сдвиг одинаков и  $f_c$  остается постоянной) или если одночастотный лазер модулирован и имеет две частотные компоненты. Волны претерпевают доплеровский сдвиг в результате отражения от движущейся цели, природа которой несущественна. Таким образом, волна с частотой  $f$  возвратится с частотой  $f'$ , которая определяется стандартной формулой доплеровского сдвига для нерелятивистского случая,

$$f' = f(1 \pm 2v_{\parallel}/c), \quad (7.33)$$

где  $v_{\parallel}$  — радиальная скорость цели,  $c$  — скорость света. Таким образом, полагая  $f_1 > f_2$ , получаем новую разность частот двух волн после отражения от цели

$$f'_c = |f'_1 - f'_2| = f_c \pm 2(v_{\parallel}/c)f_c. \quad (7.34)$$

Помимо частотного сдвига из-за эффекта Доплера в типичной радарной системе может наблюдаться уширение спектральной линии каждой волны, связанное с рассеянием от движущейся цели. Для вращающейся цели уширение порядка  $4R\omega_{\perp}/\lambda$ , где  $R$  — «радиус» цели,  $\omega_{\perp}$  — компонента угловой скорости, перпендикулярная к направлению луча,  $\lambda$  — длина волны передаваемого сигнала [7.9]. Как будет показано ниже, для реальных систем разность  $f'_c - f_c$  может быть сделана много меньше уширения и поэтому ею можно пренебречь. Следовательно, с большой точностью можно считать  $f'_c = f_c$ .

Приемник сигнала включает в себя гетеродинный смеситель с гетеродином, за которым следуют разделительная емкость и фильтр с полосой  $\Delta f = f_n - f_i$ . Здесь  $f_n$  и  $f_i$  — верхняя и нижняя частоты полосового фильтра. В случае недостаточной информации о доплеровском сдвиге (именно в этом случае трехчастотная схема практически полезна)  $\Delta f$  должна быть большой, перекрывающей широкий диапазон частот. В дальнейшем будем обсуждать случай  $f_i \rightarrow 0$ , так что  $\Delta f = f_n$ . Шум мощного гетеродина предполагается дробовым, который в пределе большого тока становится гауссовским [7.53]. С хорошим приближением спектр шума можно считать белым. На выходе приемника имеются квадратичный или другой нелинейный прибор и узкополосный фильтр с центральной частотой  $f_c = |f_1 - f_2|$ . Детальное описание системы будет приведено дальше.

Смеситель состоит из фотоприемника и гетеродина. Основная задача заключается в определении отношения сигнал-шум на выходе фотоприемника. Электрическое поле на выходе определяется тремя плоскими параллельными совпадающими по направлению электромагнитными волнами, которые предполагаются поляризованными и нормально падающими на фотоприемник. В пределах апертуры детектора предполагается пространственная когерентность первого порядка. Напряженность полного электрического поля  $E_t$  на входе приемника можно записать

$$E_t = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + A_L \cos(\omega_L t + \varphi_L). \quad (7.35)$$

Здесь  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — угловые частоты двух приходящих сигналов (для упрощения штрихи у  $\omega_1$  и  $\omega_2$  опущены),  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — их фазы и  $\omega_L$  — угловая частота излучения гетеродина. Предполагается, что волны  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_L$  поляризованы одинаково. В ИК и видимом диапазонах сигнал на выходе фотоприемника или смесителя пропорционален полной интенсивности регистрируемых волн. С учетом квантовой электродинамики поглощения фотонов фотоприемниками [7.10, 7.12—7.14], сигнал  $r$  на выходе состоит только из постоянных слагаемых и из слагаемых, изменяющихся с разностными частотами. Таким образом, для  $f_L < f'_1, f'_2$  или  $f_L > f'_1, f'_2$ ,

$$\begin{aligned} r = & \beta \{A_1^2 + A_2^2 + A_L^2 + 2A_1 A_L \cos[(\omega_1 - \omega_L)t + (\varphi_1 - \varphi_L)] + \\ & + 2A_2 A_L \cos[(\omega_2 - \omega_L)t + (\varphi_2 - \varphi_L)] + 2A_1 A_2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \\ & + (\varphi_1 - \varphi_2)]\}, \end{aligned} \quad (7.36)$$

где  $\beta$  — коэффициент пропорциональности, учитывающий квантовую эффективность фотоприемника. В случае, когда волны не обладают пространственной когерентностью первого порядка и (или) поляризованы в разных направлениях, сигнал  $r$  уменьшается [7.5, 7.8, 7.15].

Поскольку излучение гетеродина можно сделать намного интенсивнее сигнального, т. е.  $A_L \gg A_1, A_2$ , можно записать

$$\begin{aligned} r \approx & \beta A_L^2 \{1 + (2A_1/A_L) \cos[(\omega_1 - \omega_L)t + (\varphi_1 - \varphi_L)] + \\ & + (2A_2/A_L) \cos[(\omega_2 - \omega_L)t + (\varphi_2 - \varphi_L)]\} \end{aligned} \quad (7.37)$$

Слагаемым, содержащим  $\omega_1 - \omega_2$ , можно пренебречь из-за сравнительно малой его амплитуды. Обозначим

$$r_{dc} \equiv \beta (A_1^2 + A_2^2 + A_L^2) \approx \beta A_L^2; \quad (7.38a)$$

$$\begin{aligned} r_{\text{ПЧ}} \equiv & 2\beta A_1 A_L \cos[(\omega_1 - \omega_L)t + (\varphi_1 - \varphi_L)] + 2\beta A_2 A_L \cos \times \\ & \times [(\omega_2 - \omega_L)t + (\varphi_2 - \varphi_L)] = r_{dc} \{(2A_1/A_L) \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \\ & + (\varphi_1 - \varphi_L)] + 2\frac{A_2}{A_L} \cos[(\omega_2 - \omega_L)t + (\varphi_2 - \varphi_L)]\}. \end{aligned} \quad (7.38b)$$

Среднее квадратическое значение отклика фотоприемника

$$\langle r_{\text{ПЧ}}^2 \rangle = (2A_1^2/A_L^2 + 2A_2^2/A_L^2)r_{dc}^2 = 2r_{dc}^2(P_1 + P_2)/P_L, \quad (7.39)$$

где  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_L$  — мощности излучения двух сигналов и гетеродина.

Рассмотрим сигнал шума  $r_n$  фотоприемника, считая его дробовым, который в случае фотоэмиттера или идеального обратно-смещенного фотодиода [7.5, 10, 14] описывается хорошо известной формулой [7.5, 7.54]

$$\langle R_n^2 \rangle = 2qr_{dc}\Delta f, \quad (7.40)$$

в которой  $\Delta f$  — ширина полосы шума, обусловленная неопределенностью доплеровского сдвига,  $q$  — заряд электрона. Для сравнительно мощного гетеродина

$$r_{dc} = \eta q P_L/hf_L, \quad (7.41)$$

где  $\eta = \eta_1$  — квантовая эффективность,  $\hbar$  — постоянная Планка. Из (7.39) — (7.41) получаем отношение для (СШ)<sub>мощ</sub> = (СШ)<sup>(1)</sup>  

$$(СШ)_{\text{мощ}} = \langle r_{\text{ПЧ}}^2 \rangle / \langle r_n^2 \rangle = \eta (P_1 + P_2) / \hbar f_L \Delta f, \quad (7.42a)$$

не зависящее от  $P_L$ . Если обозначим  $P_r = P_1 + P_2$  и положим  $v = f_L \approx f_1 \approx f_2$  и (СШ)<sub>вх</sub> = (СШ)<sub>мощ</sub>, то получим

$$(СШ)_{\text{вх}} = \eta P_r / \hbar v \Delta f. \quad (7.42b)$$

Это выражение аналогично (7.1) за исключением того, что  $P_r$  — полная мощность входного сигнала. Отношение (СШ)<sub>вх</sub>, определяемое (7.42b), является отношением сигнал-шум на входе квадратичного прибора, следующего за фотоприемником.

С помощью разделительной емкости можно отфильтровать постоянную составляющую сигнала. Сигнал с нулевым средним значением поступает в широкополосный квадратичный прибор. Обозначая  $s_a(t) = 2\beta A_1 A_L \cos [(\omega_1 - \omega_L)t + (\varphi_1 - \varphi_L)]$ ,  $s_b(t) = 2\beta A_2 A_L \cos [(\omega_2 - \omega_L)t + (\varphi_2 - \varphi_L)]$  и шум  $n(t)$  и используя обобщение «прямого метода» [7.55] для суммы трех сигналов, можем записать сигнал  $x(t)$  на выходе квадратичного прибора:

$$x(t) = s_a(t) + s_b(t) + n(t). \quad (7.43)$$

Сигнал на выходе квадратичного прибора

$$\begin{aligned} y(t) = \alpha x^2(t) = \alpha [s_a^2(t) + s_b^2(t) + n^2(t) + 2s_a(t)s_b(t) + \\ + 2s_a(t)n(t) + 2s_b(t)n(t)], \end{aligned} \quad (7.44)$$

где  $\alpha$  — скалярная постоянная. Для стационарного случайного процесса математическое ожидание (среднее значение) величины  $y(t)$

$$E(y) = \alpha [E(s_a^2) + E(s_b^2) + E(n^2)] = \alpha (\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_n^2) \quad (7.45)$$

для всех  $t$ . Здесь символ  $E$  обозначает математическое ожидание (среднее значение). В (7.45) обозначена  $\sigma_a^2 = E(s_a^2)$ ,  $\sigma_b^2 = E(s_b^2)$  и  $\sigma_n^2 = E(n^2)$ . Кроме того,

$$y^2(t) = \alpha^2 [s_a(t) + s_b(t) + n(t)]^4 \quad (7.46)$$

и среднее квадратическое значение  $y(t)$

$$E(y^2) = \alpha^2 [E(s_a^4) + E(s_b^4) + E(n^4) + 6\sigma_a^2\sigma_b^2 + 6\sigma_a^2\sigma_n^2 + 6\sigma_b^2\sigma_n^2]. \quad (7.47)$$

При выводе (7.45) и (7.47) предполагалось, что  $s_a(t)$ ,  $s_b(t)$  и  $n(t)$  не зависят друг от друга и что  $E(s_a) = E(s_b) = E(n) = 0$ .

Корреляционная функция на выходе квадратичного прибора

$$R_y(t_1, t_2) = E(y_1 y_2) = \alpha^2 E[(s_{a1} + s_{b1} + n_1)^2 (s_{a2} + s_{b2} + n_2)^2]. \quad (7.48)$$

Для стационарных процессов, подставляя  $\tau = t_1 - t_2$ , получаем

$$R_y(\tau) = R_{a \times a}(\tau) + R_{b \times b}(\tau) + R_{n \times n}(\tau) + R_{a \times b}(\tau) + R_{b \times a}(\tau) + R_{b \times n}(\tau), \quad (7.49)$$

где  $R_{a \times a}(\tau) = \alpha^2 R_{a^2}(\tau)$ ;  $R_{b \times b}(\tau) = \alpha^2 R_{b^2}(\tau)$ ; (7.50a); (7.50b)

$$R_{n \times n}(\tau) = \alpha^2 R_{n^2}(\tau); \quad R_{a \times b}(\tau) = 4\alpha^2 R_a(\tau) R_b(\tau) + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_b^2; \quad (7.50b); \quad (7.50c)$$

$$R_{a \times n}(\tau) = 4\alpha^2 R_a(\tau) R_n(\tau) + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_n^2; \quad (7.50d)$$

$$R_{b \times n}(\tau) = 4\alpha^2 R_b(\tau) R_n(\tau) + 2\alpha^2 \sigma_b^2 \sigma_n^2; \quad (7.50e)$$

$$R_{a^2}(\tau) = E(s_{a1}^2 s_{a2}^2); \quad R_a(\tau) = E(s_{a1} s_{a2}) \text{ и т. д.}$$

Если известна точная форма корреляционных функций, то можно использовать преобразование Фурье для получения спектральной плотности мощности на выходе, которая, в свою очередь, позволяет оценить отношение сигнал-шум по мощности на выходе трехчастотной схемы.

### 7.3.2. Применение. Радар, работающий в непрерывном режиме, с синусоидальными входными сигналами

Предположим теперь, что на вход фотоприемника поступают две чисто синусоидальные волны с постоянной по площади фотоприемника фазой. Это может быть, например, в случае, когда луч расщепляется оптически плоским зеркалом и все эффекты уширения пренебрежимо малы. Обозначим  $A_a = 2\beta A_1 A_L$ ,  $A_b = 2\beta A_2 A_L$ ,  $\omega_a = \omega_1 - \omega_L$ ,  $\omega_b = \omega_2 - \omega_L$ ,  $\varphi_a = \varphi_1 - \varphi_L$  и  $\varphi_b = \varphi_2 - \varphi_L$ . Сигнал на выходе квадратичного прибора

$$s(t) = s_a(t) + s_b(t) = A_a \cos(\omega_a t + \varphi_a) + A_b \cos(\omega_b t + \varphi_b). \quad (7.51)$$

Амплитуда  $A_a$  и  $A_b$  в этом случае постоянны, а фазы  $\varphi_a$  и  $\varphi_b$  изменяются по случайному закону с однородным распределением в интервале  $(0, 2\pi)$  и независимы друг от друга. Легко получить

$$\begin{aligned} R_a(\tau) = E(s_{a1} s_{a2}) = A_a^2 E[\cos(\omega_a t_1 + \\ + \varphi_a) \cos(\omega_a t_2 + \varphi_a)] = (1/2)A_a^2 \cos \omega_a \tau, \end{aligned} \quad (7.52)$$

с  $\tau = t_1 - t_2$ . Аналогично

$$R_b(\tau) = E(s_{b1} s_{b2}) = (1/2)A_b^2 \cos \omega_b \tau. \quad (7.53)$$

Полная функция корреляции входного сигнала  $R_s(\tau)$  равна сумме отдельных корреляционных функций:

$$R_s(\tau) = R_a(\tau) + R_b(\tau) = (1/2)A_a^2 \cos \omega_a \tau + (1/2)A_b^2 \cos \omega_b \tau. \quad (7.54)$$

Выполнив преобразование Фурье, получим спектральную плотность мощности сигнала на входе

$$S_s(f) = \frac{A_a^2}{4} [\delta(f - f_a) + \delta(f + f_a)] + \frac{A_b^2}{4} [\delta(f - f_b) + \delta(f + f_b)], \quad (7.55)$$

где  $f_a = \omega_a / 2\pi = f_1 - f_L$  и  $f_b = \omega_b / 2\pi = f_2 - f_L$ .

Дробовой шум мощного гетеродина будем считать гауссовским во всей полосе частот  $[0, f_n]$ . Таким образом, спектр шума

$$S_n(f) = \begin{cases} N & \text{для } 0 < |f| < f_n, \\ 0 & \text{в другой области.} \end{cases} \quad (7.56)$$

Полная спектральная плотность входной мощности  $S_x(f)$ , включая и шум, приведена на рис. 7.4. Произвольно предположено, что  $f_1 > f_2$  или  $f_a > f_b$  и  $A_b > A_a$ .

Из (7.50) получим

$$\begin{aligned} R_{a \times a}(\tau) &= \alpha^2 E(s_{a1}^2 s_{a2}^2) = \alpha^2 E[A_a^4 \cos^2(\omega_a t_1 + \\ &+ \Phi_a) \cos^2(\omega_a t_2 + \Phi_a)] = \frac{\alpha^2}{4} A_a^4 + \frac{\alpha^2}{8} A_a^4 \cos 2\omega_a \tau. \end{aligned} \quad (7.57a)$$

Аналогично,

$$R_{b \times b}(\tau) = \frac{\alpha^2}{4} A_b^4 + \frac{\alpha^2}{8} A_b^4 \cos 2\omega_b \tau. \quad (7.57b)$$

Также

$$\begin{aligned} R_{a \times b}(\tau) &= 4\alpha^2 E(s_{a1} s_{a2}) E(s_{b1} s_{b2}) + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_b^2 = \frac{\alpha^2}{2} A_a^2 A_b^2 \times \\ &\times \cos(\omega_a - \omega_b)\tau + \frac{\alpha^2}{2} A_a^2 A_b^2 \cos(\omega_a + \omega_b)\tau + \frac{\alpha^2}{2} A_a^2 A_b^2. \end{aligned} \quad (7.57b)$$

Заметим, что из-за нулевого среднего значения

$$\sigma_a^2 = R_a(0) = A_a^2/2 \text{ и } \sigma_b^2 = R_b(0) = A_b^2/2. \quad (7.58)$$

Полная компонента сигнал-сигнал функции корреляции  $R_{s \times s}(\tau)$  может быть записана в виде

$$\begin{aligned} R_{s \times s}(\tau) &= R_{a \times a}(\tau) + R_{b \times b}(\tau) + R_{a \times b}(\tau) = \frac{\alpha^2}{4} (A_a^2 + A_b^2)^2 + \\ &+ \frac{\alpha^2}{8} A_a^4 \cos 2\omega_a \tau + \frac{\alpha^2}{8} A_b^4 \cos 2\omega_b \tau + \\ &+ \frac{\alpha^2}{2} A_a^2 A_b^2 \cos(\omega_a - \omega_b)\tau + \frac{\alpha^2}{2} A_a^2 A_b^2 \cos(\omega_a + \omega_b)\tau. \end{aligned} \quad (7.59)$$

Сигнал-сигнальная часть спектральной плотности мощности определяется преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned} S_{s \times s}(f) &= \frac{\alpha^2}{4} (A_a^2 + A_b^2)^2 \delta(f) + \frac{\alpha^2 A_a^4}{16} [\delta(f - 2f_a) + \delta(f + 2f_a)] + \\ &+ \frac{\alpha^2 A_b^4}{16} [\delta(f - 2f_b) + \delta(f + 2f_b)] + \frac{\alpha^2 A_a^2 A_b^2}{4} [\delta(f - f_a + f_b) + \\ &+ \delta(f + f_a - f_b)] + \frac{\alpha^2 A_a^2 A_b^2}{4} [\delta(f - f_a - f_b) + \delta(f + f_a + f_b)]. \end{aligned} \quad (7.60)$$

Графическое изображение выражения (7.60) показано на рис. 7.5.

Для компоненты сигнал-шум корреляционной функции, используя (7.50d) и (7.50e), получаем

$$\begin{aligned} R_{s \times n}(\tau) &= R_{a \times n}(\tau) + R_{b \times n}(\tau) = 4\alpha^2 R_n(\tau) [R_a(\tau) + R_b(\tau)] + \\ &+ 2\alpha^2 \sigma_a^2 (\sigma_a^2 + \sigma_b^2) = 2\alpha^2 A_a^2 R_n(\tau) \cos \omega_a \tau + \\ &+ 2\alpha^2 A_b^2 R_n(\tau) \cos \omega_b \tau + \alpha^2 (A_a^2 + A_b^2) \sigma_n^2. \end{aligned} \quad (7.61)$$

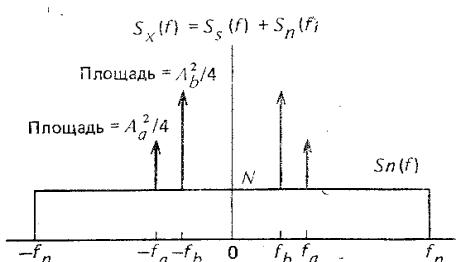


Рис. 7.4. Спектральная плотность мощности на входе квадратичного прибора для синусоидальных сигналов. Если  $A_a \neq A_b$ , то произвольно выбираем  $A_b > A_a$

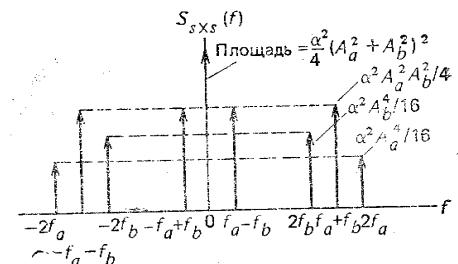


Рис. 7.5. Спектральная плотность мощности сигнал-сигнал на выходе квадратичного прибора (случай синусоидальных сигналов)

Соответствующая спектральная плотность мощности

$$\begin{aligned} S_{s \times s}(f) &= \alpha^2 A_a^2 [S_n(f - f_a) + S_n(f + f_a)] + \alpha^2 A_b^2 [S_n(f - f_b) + \\ &+ S_n(f + f_b)] + \alpha^2 (A_a^2 + A_b^2) \sigma_n^2 \delta(f), \end{aligned} \quad (7.62)$$

где центральная частота  $f_0$  выбрана равной нулю. Эта спектральная плотность приведена на рис. 7.6.

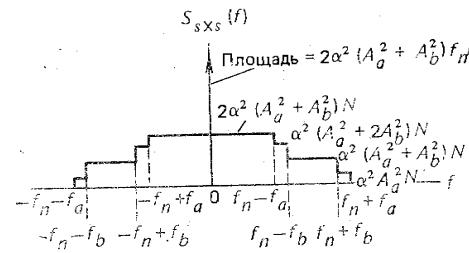


Рис. 7.6. Спектральная плотность мощности компоненты сигнал-сигнал на выходе квадратичного прибора (случай синусоидальных сигналов)

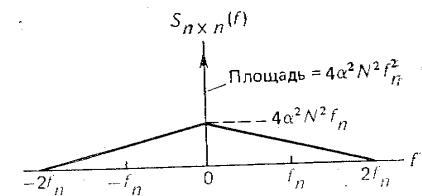


Рис. 7.7. Спектральная плотность мощности компоненты шум-шум на выходе квадратичного прибора

Поскольку  $R_{s \times n}^2(\tau) = 2R_n^2 + \sigma_n^4$  для гауссовского шума (7.56), компонента шум-шум корреляционной функции (7.50b)

$$R_{n \times n}(\tau) = 2\alpha^2 R_n^2(\tau) + \alpha^2 \sigma_n^4, \quad (7.63)$$

откуда

$$S_{n \times n}(f) = 2\alpha^2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_n(f') S_n(f-f') df' + \alpha^2 \sigma_n^4 \delta(f). \quad (7.64)$$

Для спектра шума входного сигнала, определяемого по формуле (7.56), имеем

$$\sigma_n^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_n(f) df = 2f_n N. \quad (7.65)$$

Следовательно, уравнение (7.64) можно упростить:

$$S_{n \times n}(f) = 4\alpha^2 f_n^2 N^2 \delta(f) + \begin{cases} 2\alpha^2 N^2 (2f_n - |f|) & \text{для } |f| < 2f_n, \\ 0 & \text{для остальных частот.} \end{cases} \quad (7.66)$$

Это соотношение графически изображено на рис. 7.7.

Полная спектральная плотность мощности на выходе  $S_y(f)$  представляется суммой  $S_{s \times s}(f)$ ,  $S_{s \times n}(f)$  и  $S_{n \times n}(f)$  и изображена на рис. 7.8; предполагается, что  $f_c = f_a - f_b = f_1 - f_2$  лежит между началом координат и  $f_n - f_a$ . В действительности  $f_c$  может находиться где-нибудь в пределах полосы  $f_n$ . Рассмотрим два предельных случая: а)  $0 < f_c < f_n$  и б)  $f_n - f_b < f_c < f_n$ .

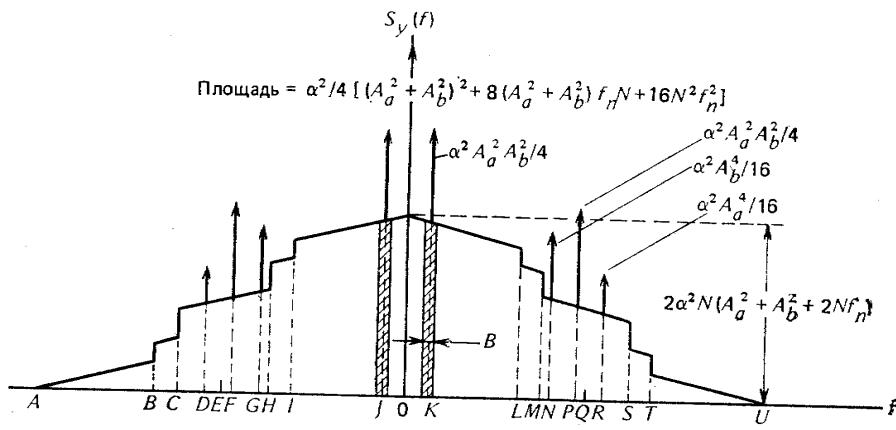


Рис. 7.8. Полная спектральная плотность мощности на выходе квадратичного прибора для случая синусоидальных сигналов. Соотношения между буквами на оси абсцисс и частотами следующие: (A)— $2f_n$ ; (B)— $f_n-f_a$ ; (C)— $f_n-f_b$ ; (D)— $2f_a$ ; (E)— $-f_n$ ; (F)— $f_a-f_b$ ; (G)— $2f_b$ ; (H)— $f_n+f_b$ ; (I)— $f_n+f_a$ ; (J)— $f_a+f_b$ ; (K)— $f_a-f_b$ ; (L)— $f_n-f_a$ ; (M)— $f_n-f_b$ ; (N)— $2f_b$ ; (P)— $f_a+f_b$ ; (Q)— $f_n+f_a$ ; (R)— $2f_a$ ; (S)— $f_n+f_b$ ; (T)— $f_n+f_a$ ; (U)— $2f_n$ . Заштрихованные площади определяются шириной  $B$  полосы частот полевого фильтра на выходе

Поскольку  $f_c = f_a - f_b$  известна с большой точностью, после квадратичного прибора можно установить полосовой фильтр с центральной частотой  $f_c$  и получить выходной сигнал на этой частоте. Получим отношение  $(\text{СШ})_{\text{вых}}$  и выразим его через  $(\text{СШ})_{\text{вх}} =$

$= (\text{СШ})_{\text{вх}}$  для двух предельных случаев, рассмотренных в предыдущем разделе.

Из (7.60), а также из рис. 7.5 или 7.8, видно, что мощность выходного сигнала на частоте  $f_c$

$$S_{\text{вых}} = \alpha^2 A_a^2 A_b^2 / 2. \quad (7.67)$$

Для фильтра с шириной полосы  $B$  и для  $0 < f_c < f_n - f_a$  мощность шума на выходе определяется площадью под кривой спектральной плотности мощности, ограниченной полосой  $B$  (см. рис. 7.6—7.8), которую для простоты выбираем прямоугольной. Хотя, строго говоря, прямоугольная функция  $B$  (так же, как и  $\Delta f$ ) нереализуема, это не критично, так как важна площадь под кривой, а не детали формы. В результате

$$N_{\text{вых}} = 4\alpha^2 NB (A_a^2 + A_b^2) + 4\alpha^2 N^2 B (2f_n - f_a + f_b), \quad 0 < f_c < f_n - f_a. \quad (7.68)$$

Первое слагаемое обусловлено взаимодействием  $s \times n$ , второе —  $n \times n$ .

Уравнение (7.68) можно получить также из (7.62—7.66).

Окончательное выражение  $(\text{СШ})_{\text{вых}}$  на выходе полевого фильтра для первого случая имеет вид

$$(\text{СШ})_{\text{вых}} = S_{\text{вых}} / N_{\text{вых}} = A_a^2 A_b^2 / 8NB [(A_a^2 + A_b^2) + N(2f_n - f_a + f_b)], \quad 0 < f_c < f_n - f_a. \quad (7.69)$$

Мощность сигнала  $S_{\text{вх}}$  и шума  $N_{\text{вх}}$  на входе получаем из рис. 7.4:

$$S_{\text{вх}} = R_s(0) = (A_a^2 + A_b^2)/2; \quad N_{\text{вх}} = \sigma_n^2 = 2f_n N. \quad (7.70a)$$

Таким образом, можно записать:  $(\text{СШ})_{\text{вх}} = S_{\text{вх}} / N_{\text{вх}} = (A_a^2 + A_b^2) / 4f_n N$ .

Выражение (7.69) можно переписать:

$$(\text{СШ})_{\text{вых}} = \frac{k_p (\text{СШ})_{\text{вх}}^2}{\left(1 - \frac{f_a - f_b}{2f_n}\right) + 2(\text{СШ})_{\text{вх}}}, \quad 0 < f_c < f_n - f_a; \quad (7.71)$$

$$k_p = \frac{f_n A_a^2 A_b^2}{B (A_a^2 + A_b^2)^2} = \frac{f_n A_a^2 A_b^2}{B (A_a^2 + A_b^2)^2} = \frac{f_n}{B} \left\{ \frac{\xi_p}{(1 + \xi_p)^2} \right\}, \quad (7.72)$$

где  $\xi_p$  — отношение мощности сигнала в двух лучах, т. е.  $\xi_p = A_2^2 / A_1^2$ .

Поскольку отношение сигнал-шум на выходе обратно пропорционально  $B$ , необходимо предельно уменьшить ширину полосы. Фактически, чтобы были справедливы приведенные выше соотношения, необходимо выбирать  $B \ll f_n$ , хотя для произвольного  $B$  результат легко получить из рис. 7.8 и связанных с ним уравнений.

Если  $f_c = f_a - f_b \rightarrow 0$ , то минимальное значение

$$(\text{СШ})_{\text{вых}}^{\min} = k_p (\text{СШ})_{\text{вх}}^2 / [1 + 2(\text{СШ})_{\text{вх}}]. \quad (7.73)$$

Зависимость (7.73) показана в логарифмическом масштабе на рис. 7.9. Так как с увеличением  $f_c$  отношение сигнал-шум на выходе будет увеличиваться, то кривые будут сдвигаться вверх по мере увеличения  $f_c$ . На практике следует избегать случая  $f_a \equiv f_b$  из-за появления дополнительного шума.

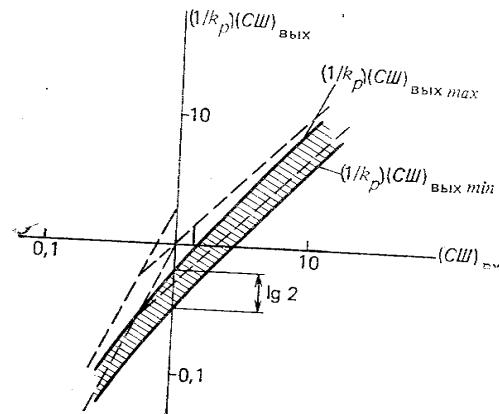


Рис. 7.9. Зависимость  $(1/k_p)(CШ)_{\text{вых}}$  от  $(CШ)_{\text{вх}}$ . Истинное отношение сигнал-шум зависит от соответствующих величин  $(f_a - f_b)$  и  $f_n$  и лежит в заштрихованной области. Эта зависимость применима также к случаю гауссовского сигнала при условии замены  $k_p$  на  $k_g$  или  $k_L$  для гауссовского и лоренцевского спектров соответственно

Рассмотрим теперь второй случай, когда  $f_n - f_b < f_c < f_n$ . Выполнив аналогичные вычисления, получим

$$N_{\text{вых}} = 2\alpha^2 NB (A_a^2 + A_b^2) + 4\alpha^2 N^2 B (2f_n - f_a + f_b), \\ f_n - f_b < f_c < f_n, \quad (7.74)$$

так что

$$(CШ)_{\text{вых}} = \frac{k_p (CШ)_{\text{вх}}^2}{[1 - (f_a - f_b)/2f_n] + (CШ)_{\text{вх}}}, \quad f_n - f_b < f_c < f_n. \quad (7.75)$$

При  $f_c = f_a - f_b = f_n$  получим максимальное значение  $(CШ)_{\text{вых}}$ :

$$(CШ)_{\text{вых}}^{\max} = 2k_p (CШ)_{\text{вх}}^2 / [(1 + 2(CШ)_{\text{вх}})]. \quad (7.76)$$

Логарифмическая зависимость (7.76) также приведена на рис. 7.9; кривая  $(CШ)_{\text{вых}}^{\min}$  смещена вниз на  $\lg 2$ . Ясно, что в промежуточных случаях, т. е. при  $0 < f_c < f_n$  кривая  $(CШ)_{\text{вых}}$  должна находиться между  $(CШ)_{\text{вых}}^{\min}$  и  $(CШ)_{\text{вых}}^{\max}$ . Таким образом, для оптимального значения отношения сигнал-шум предпочтительнее поддерживать известную разность частот  $\Delta\nu$  около выбранной максимальной частоты  $f_n$ . Для всех случаев уменьшение  $B$  приводит к улучшению отношения сигнал-шум.

Легко показать, что оптимальные условия получаются при одинаковой мощности в каждомлуче. Из (7.72) следует, что  $A_b$  можно максимизировать  $k_p$ , приравняв производную  $(\partial k_p / \partial A_a)|_{A_b=\text{const}}$  нулю. Это приводит к соотношению  $A_a = A_b$ .

Из (7.73) и (7.76) следует, что  $(CШ)_{\text{вых}}$  ограничено:

$$\frac{k_p (CШ)_{\text{вх}}^2}{1 + 2(CШ)_{\text{вх}}} \leq (CШ)_{\text{вых}} \leq \frac{2k_p (CШ)_{\text{вх}}^2}{1 + 2(CШ)_{\text{вх}}}, \quad (7.77)$$

в предположении, что  $f_L < f_1, f'_2$  или  $f_L > f'_1, f'_2$ . Для частот гетеродина, лежащих между сигнальными, на выходе квадратичного прибора при  $|f'_1 - f'_2|$  возникает слагаемое скорее с суммарной, чем с разностной частотой, и поэтому оно попадает в область частот, в которой уровень шума мал. Следовательно, с точки зрения получения максимального значения отношения сигнал-шум этот случай наиболее желателен, так как позволяет легко реализовать необходимую верхнюю границу. (Напомним, что следует избегать вырождения.) Тем не менее обычно работают при худшем условии, когда частота гетеродина больше или меньше обеих частот сигнала. Рассмотрев специфический (и оптимальный) случай  $A_a = A_b$ , так что  $K_p = f_n/4B$ ,  $(CШ)_{\text{вх}} = \eta P_r/h\nu f_n$ , как следует из (7.42б), получим

$$\frac{f_n}{4B} \left[ \frac{(\eta P_r/h\nu f_n)^2}{1 + 2\eta P_r/h\nu f_n} \right] \leq (CШ)_{\text{вых}} \leq \frac{f_n}{2B} \left[ \frac{(\eta P_r/h\nu f_n)^2}{1 + 2\eta P_r/h\nu f_n} \right]. \quad (7.78)$$

Отсюда находим приближенное среднее значение

$$(CШ)_{\text{вых}} \approx \frac{f_n}{3B} \left[ \frac{(\eta P_r/h\nu f_n)^2}{1 + 2\eta P_r/h\nu f_n} \right]. \quad (7.79)$$

Случай  $A_a \neq A_b$  будет рассмотрен в § 7.4.

Для определения гетеродинного порога  $P_{r\min}^T$  трехчастотной схемы положим  $(CШ)_{\text{вых}} = 1$  и решим уравнение относительно  $P_r$ . Получим

$$\eta \frac{P_{r\min}^T}{h\nu f_n} = \frac{3B}{f_n} + \left[ \frac{3B}{f_n} \left( 1 + \frac{3B}{f_n} \right) \right]^{1/2}. \quad (7.80a)$$

Поскольку  $B \ll f_n$ ,

$$\eta \frac{P_{r\min}^T}{h\nu f_n} \approx \frac{3B}{f_n} + \left( \frac{3B}{f_n} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{3B}{2f_n} \right) \approx \sqrt{\frac{3B}{f_n}}, \quad (7.80b)$$

и поэтому

$$P_{r\min}^T \approx \sqrt{3Bf_n}h\nu/\eta = \sqrt{3B/f_n} P_{r\min}, \quad (7.81)$$

где  $P_{r\min} = (f_n/\eta)h\nu$  — порог обычной гетеродинной системы с доплеровской неопределенностью частоты  $f_n$  [7.4, 7.5]. Таким образом, выбирая  $B \ll f_n$ , можно уменьшить порог

$$P_{r\min} \ll P_{r\min}^T, \quad B \ll f_n, \quad (7.82)$$

используя трехчастотный нелинейный гетеродинный прием. Уравнения (7.77—7.82) представляют собой основные результаты проведенного анализа.

В пределе большого  $(CШ)_{\text{вх}}$  [большой входной сигнал и (или) малая доплеровская неопределенность]  $P_r/f_n \gg h\nu/\eta$  и (7.78) приводится к виду

$$\eta P_r/8h\nu B \leq (CШ)_{\text{вых}} \leq \eta P_r/4h\nu B. \quad (7.83)$$

Это выражение можно аппроксимировать:

$$(CШ)_{\text{вых}} \approx \frac{\eta P_r}{6h\nu B} = \frac{f_n}{6B} \left( \frac{\eta P_r}{h\nu f_n} \right) = \frac{f_n}{6B} (CШ)_{\text{мощ}}^T, \quad (7.84)$$

где  $(CIII)_{\text{мощ}} = \eta P_r / h v f_n$  — отношение сигнал-шум для обычной гетеродинной системы (7.42б). Снова получим, что

$$(CIII)_{\text{вых}} \gg (CIII)_{\text{мощ}}, \quad (7.85)$$

при  $B \ll f_n$ .

### 7.3.3. Применение. Радар, работающий в непрерывном режиме, с гауссовскими входными сигналами (гауссовский спектр)

Предположение о синусоидальном сигнале является идеализацией, упрощающей физическое и математическое рассмотрение проблемы. В большинстве реальных случаев гетеродинный сигнал имеет конечную ширину полосы [7.2, 7.5, 7.9, 7.10, 7.14] из-за шероховатости поверхности отражающей цели в радарной системе или из-за модуляции несущей в системах связи. Эксперименты показывают, что для рассеянного гауссовского излучения спектральная плотность мощности часто также гауссовская [7.9, 7.14, 7.57, 7.58]. В этом разделе рассмотрим именно этот случай.

Предположим, что два входных сигнала на фотоприемнике  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  имеют форму узкополосных гауссовских процессов:

$$E_1(t) = A_1(t) \cos(\omega_1 t + \Phi_1); \quad (7.86a)$$

$$E_2(t) = A_2(t) \cos(\omega_2 t + \Phi_2), \quad (7.86b)$$

где для любого  $t$  две независимые амплитуды  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$  изменяются случайно в соответствии с распределением Рэлея и две независимые фазы  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  однородно распределены в интервале  $(0, 2\pi)$ . Необходимо подчеркнуть, что рассматриваемый здесь случай независимой амплитуды справедлив только для достаточно больших значений  $\Delta\nu$  и сравнительно больших мишеней. Сигнал на выходе квадратичного прибора после смешения с сигналом стабильного гетеродина и отфильтровки постоянной составляющей [7.9, 7.10, 7.14]

$$S(t) = 2\beta A_L A_1(t) \cos[(\omega_1 - \omega_L)t + (\Phi_1 - \Phi_L)] + 2\beta A_L A_2(t) \cos[(\omega_2 - \omega_L)t + (\Phi_2 - \Phi_L)]. \quad (7.87)$$

Поскольку  $\beta$  и  $A_L$  постоянны, то новые амплитуды  $A_a(t) = 2\beta A_L A_1(t)$  и  $A_b(t) = 2\beta A_L A_2(t)$  также имеют распределение Рэлея. Аналогично, новые фазы  $\Phi_a = \Phi_1 - \Phi_L$  и  $\Phi_b = \Phi_2 - \Phi_L$ , как можно легко показать, однородно распределены в интервале  $(0, 2\pi)$ . Поэтому гауссовская природа узкополосных сигналов сохраняется, при условии, что частота изменения огибающей меньше, чем промежуточных частот  $\omega_1 - \omega_L$  и  $\omega_2 - \omega_L$  [7.9, 7.10, 7.14]. Следовательно, можно записать

$$S(t) = A_a(t) \cos(\omega_a t + \Phi_a) + A_b(t) \cos(\omega_b t + \Phi_b). \quad (7.88)$$

Спектральные плотности мощности для узкополосных гауссовых сигналов также гауссовые, т. е.

$$S_s(f) = S_a(f) + S_b(f), \quad (7.89a)$$

где

$$S_a(f) = P_a \exp \left[ -\frac{(f - f_a)^2}{2 \gamma_a^2} \right] + P_a \exp \left[ -\frac{(f + f_a)^2}{2 \gamma_a^2} \right]; \quad (7.89b)$$

$$S_b(f) = P_b \exp \left[ -\frac{(f - f_b)^2}{2 \gamma_b^2} \right] + P_b \exp \left[ -\frac{(f + f_b)^2}{2 \gamma_b^2} \right]; \quad (7.89c)$$

здесь  $P_a$  и  $P_b$  — значения в максимуме гауссовского распределения,  $\gamma_a$  и  $\gamma_b$  — стандартные отклонения. Мощности сигналов можно записать в виде

$$\sigma_a^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_a(f) df = 2 \sqrt{2\pi} \gamma_a P_a = \frac{\langle A_a^2 \rangle}{2}; \quad (7.90a)$$

$$\sigma_b^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_b(f) df = 2 \sqrt{2\pi} \gamma_b P_b = \frac{\langle A_b^2 \rangle}{2}. \quad (7.90b)$$

Шум на входе снова предполагаем гауссовским во всей полосе  $[0, f_n]$  и поэтому его спектральная плотность та же, что и в случае синусоидального сигнала. Диаграмма полной спектральной плотности мощности на выходе квадратичного прибора приведена на рис. 7.10 (см. рис. 7.4 — для синусоидальных сигналов).

Так как сигналы представляют собой стационарные гауссовые процессы, сигнальная функция корреляции на выходе квадратичного прибора определяется выражениями [см. (7.63)]

$$R_{a \times a}(\tau) = 2\alpha^2 R_a^2(\tau) + \alpha^2 \sigma_a^4; \quad (7.91a)$$

$$R_{b \times b}(\tau) = 2\alpha^2 R_b^2(\tau) + \alpha^2 \sigma_b^4. \quad (7.91b)$$

Из (7.64) получаем преобразование Фурье для  $R_{a \times a}(\tau)$

$$S_{a \times a}(f) = 2\alpha^2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_a(f') S_a(f - f') df' + \alpha^2 \sigma_a^4 \delta(f) = \\ = 2\sqrt{\pi} \alpha^2 \gamma_a P_a \left[ e^{-\frac{(f-2f_a)^2}{4\gamma_a^2}} + e^{-\frac{(f+2f_a)^2}{4\gamma_a^2}} + 2e^{-\frac{f^2}{4\gamma_a^2}} \right] + \alpha^2 \sigma_a^4 \delta(f) \quad (7.92)$$

и, аналогично,  $S_{b \times b}(f)$  с заменой  $a$  на  $b$ . Кроме того, используя (7.50д), получаем

$$S_{a \times b}(f) = 4\sqrt{2\pi} \alpha^2 \frac{(\gamma_a P_a)(\gamma_b P_b)}{\sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_b^2}} \left( \exp \left\{ -\frac{[f - (f_a + f_b)]^2}{2(\gamma_a^2 + \gamma_b^2)} \right\} + \right.$$

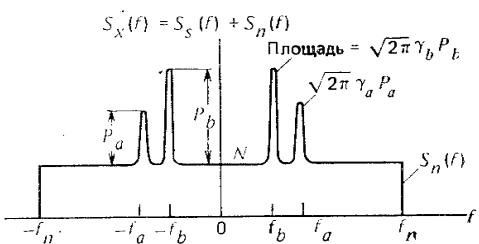


Рис. 7.10. Спектральная плотность мощности на выходе квадратичного прибора для гауссовых сигналов и  $P_b > P_a$

$$+ \exp \left\{ -\frac{[f + (f_a + f_b)]^2}{2(\gamma_a^2 + \gamma_b^2)} \right\} + \exp \left\{ -\frac{[f - (f_a - f_b)]^2}{2(\gamma_a^2 + \gamma_b^2)} \right\} + \\ + \exp \left\{ \frac{[f + (f_a - f_b)]^2}{2(\gamma_a^2 + \gamma_b^2)} \right\} + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_b^2 \delta(f). \quad (7.93)$$

Полная спектральная плотность мощности

$$S_{s \times s}(f) = S_{a \times a}(f) + S_{b \times b}(f) + S_{a \times b}(f) \quad (7.94)$$

показана на рис. 7.11 (см. рис. 7.5 для синусоидальных сигналов).

Для компоненты сигнал-шум корреляционной функции имеем

$$R_{s \times n}(t) = R_{a \times n}(t) + R_{b \times n}(t); \quad (7.95)$$

из (7.50e) следует, что

$$R_{a \times n}(t) = 4\alpha^2 R_a(t) R_n(t) + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_n^2, \quad (7.96)$$

для которого преобразование Фурье имеет вид

$$S_{a \times n}(f) = 4\alpha^2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_a(f') S_n(f - f') df + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_n^2 \delta(f). \quad (7.97)$$

Простые вычисления приводят к выражению

$$S_{a \times n}(f) = 4\sqrt{2\pi} \alpha^2 N P_a \gamma_a \left[ \Phi \left( \frac{f + f_n - f_a}{\gamma_a} \right) - \right. \\ - \Phi \left( \frac{f - f_n - f_a}{\gamma_a} \right) + \Phi \left( \frac{f + f_n + f_a}{\gamma_a} \right) - \\ \left. - \Phi \left( \frac{f - f_n + f_a}{\gamma_a} \right) \right] + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_n^2 \delta(f), \quad (7.98)$$

где  $\Phi(x)$  — нормальное распределение:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp \left( -\frac{x'^2}{2} \right) dx'. \quad (7.99)$$

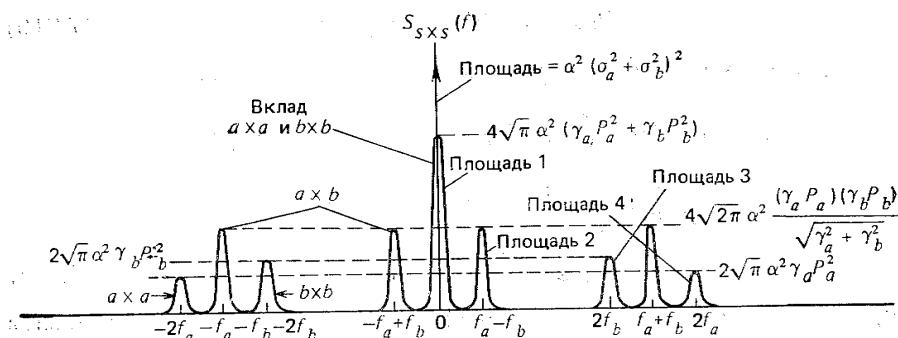


Рис. 7.11. Спектральная плотность мощности сигнала-сигнальной компоненты на выходе квадратичного прибора (для гауссовского сигнала).

Площади под кривыми: площадь 1 =  $8\pi\alpha^2(\gamma_a^2P_a^2 + \gamma_b^2P_b^2)$ ; площадь 2 =  $8\pi\alpha^2(\gamma_aP_a)(\gamma_bP_b)$ ; площадь 3 =  $4\pi\alpha^2\gamma_bP_b^2$ ; площадь 4 =  $4\pi\alpha^2\gamma_aP_a^2$ .

Аналогично получим идентичный результат для  $S_{b \times n}$  (заменив  $a$  на  $b$ ). Полная спектральная плотность мощности  $S_{s \times n}(f)$  представляет собой сумму  $S_{a \times n}(f)$  и  $S_{b \times n}(f)$ , т. е.

$$S_{s \times n}(f) = S_{a \times n}(f) + S_{b \times n}(f). \quad (7.100)$$

Спектр  $S_{s \times n}(f)$  показан на рис. 7.12. Предполагая, что нормальные отклонения  $\gamma_a$  и  $\gamma_b$  малы по сравнению с шириной плато на рис. 7.6, получим рисунок, очень похожий на рисунок, соответствующий случаю синусоидального сигнала. Единственное заметное отличие заключается в сглаживании резких углов. Малые значения  $\gamma_a$  и  $\gamma_b$  позволяют избежать перекрытия спектра.

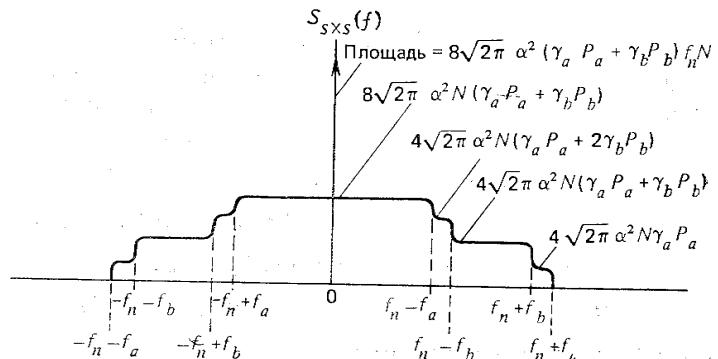


Рис. 7.12. Спектральная плотность мощности компоненты сигнал-шум на выходе квадратичного прибора (для гауссовского сигнала)

Спектральная плотность мощности корреляционной функции шума такая же, как и в случае синусоидальных сигналов (см. рис. 7.7). Диаграмма полной спектральной плотности мощности на

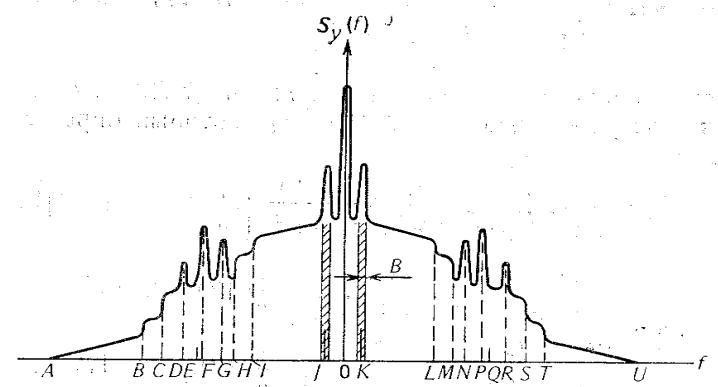


Рис. 7.13. Полная спектральная плотность мощности на выходе квадратичного прибора для гауссовского сигнала. Отметим сглаживание всех резких краев. Рисунок аналогичен рис. 7.6 за исключением замены дельта-функций гауссианами

выходе  $S_y(f)$  приведена на рис. 7.13, где произвольно выбрано  $f_a > f_b$  и  $f_a - f_b < f_n - f_a < f_n$ .

Поместим снова на выходе квадратичного прибора фильтр с полосой пропускания  $B$  и центральной частотой  $f_c = f_a - f_b$ . Используя рис. 7.11 и (7.93), находим

$$S_{\text{вых}} = \frac{8\alpha^2 \sqrt{2\pi} (\gamma_a P_a) (\gamma_b P_b)}{\sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_b^2}} \left[ \int_{-B/2}^{+B/2} \exp\left(-\frac{f^2}{2(\gamma_a^2 + \gamma_b^2)}\right) df \right] = \\ = 16\pi\alpha^2 (\gamma_a P_a) (\gamma_b P_b) [2\Phi(B/2\sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_b^2}) - 1]. \quad (7.101)$$

Мощность сигнала на входе из (7.90)

$$S_{\text{вх}} = 2\sqrt{2\pi} (\gamma_a P_a + \gamma_b P_b). \quad (7.102)$$

Мощность шума на входе та же, что и в случае синусоидального сигнала. На основе рис. 7.7 и 7.12 мощность шума на выходе с хорошим приближением можно записать, как

$$N_{\text{вых}} = 16\sqrt{2\pi}\alpha^2 NB (\gamma_a P_a + \gamma_b P_b) + \\ + 4\alpha^2 N^2 B (2f_n - f_a + f_b), \quad 0 < f_a - f_b < f_n - f_a; \quad (7.103a)$$

$$N_{\text{вых}} = 8\sqrt{2\pi}\alpha^2 NB (\gamma_a P_a + \gamma_b P_b) + \\ + 4\alpha^2 N^2 B (2f_n - f_a + f_b), \quad f_n - f_b < f_a - f_b < f_n. \quad (7.103b)$$

Отношение сигнал-шум на входе:

$$(CШ)_{\text{вх}} = (\sqrt{2\pi}/N f_n) (\gamma_a P_a + \gamma_b P_b); \quad (7.104)$$

можно легко вычислить отношение сигнал-шум на выходе:

$$(CШ)_{\text{вых}} = \frac{k_G (CШ)_{\text{вх}}^2}{[1 - (f_a - f_b)/2f_n] + 2(CШ)_{\text{вх}}}, \quad 0 < f_a - f_b < f_n - f_a; \quad (7.105a)$$

$$(CШ)_{\text{вых}} = \frac{k_G (CШ)_{\text{вх}}^2}{\left(1 - \frac{f_a - f_b}{2f_n}\right) + (CШ)_{\text{вх}}}; \quad f_n - f_b < f_a - f_b < f_n. \quad (7.105b)$$

Эти соотношения идентичны (7.71) и (7.75) за исключением замены коэффициента  $k_p$  (7.72) на  $k_G$ , который определяется следующим выражением:

$$k_G = \frac{f_n}{2\sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_b^2}} \frac{(\gamma_a P_a) (\gamma_b P_b)}{(\gamma_a P_a + \gamma_b P_b)^2} \left\{ \frac{1}{u} [2\Phi(u) - 1] \right\} = \\ = \frac{f_n}{2\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \frac{(\gamma_1 P_1) (\gamma_2 P_2)}{(\gamma_1 P_1 + \gamma_2 P_2)^2} \left\{ \frac{1}{u} [2\Phi(u) - 1] \right\} = \\ = \frac{f_n}{2\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \left\{ \frac{\xi_G}{(1 + \xi_G^2)^2} \right\} \left\{ \frac{1}{u} [2\Phi(u) - 1] \right\}, \quad (7.106a)$$

где

$$u = B/2\sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_b^2} = B/2\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \quad (7.106b)$$

и  $\xi_G$  — отношение мощностей в лучах:

$$\xi_G = \gamma_2 P_2 / \gamma_1 P_1. \quad (7.106b)$$

Если устремим в (7.105a)  $f_a - f_b$  к нулю и выберем  $f_a - f_b = f_n$  в (7.105b), то получим следующие пределы для  $(CШ)_{\text{вых}}$ :

$$(CШ)_{\text{вых}}^{\min} = k_G (CШ)_{\text{вх}}^2 / [1 + 2(CШ)_{\text{вх}}]; \quad (7.107a)$$

$$(CШ)_{\text{вых}}^{\max} = 2k_G (CШ)_{\text{вх}}^2 / [1 + 2(CШ)_{\text{вх}}] \quad (7.107b)$$

по аналогии с (7.73) и (7.76). Заметим, что если частота гетеродина лежит между сигнальными частотами, то верхний предел можно уверенно использовать. Результаты, приведенные на рис. 7.9, применимы и к рассматриваемому случаю при замене  $k_p$  на  $k_G$ .

Поскольку отношение сигнал-шум на входе одинаково для гауссовского и чисто синусоидального сигналов [7.10], результаты разд. 7.3.2 можно использовать непосредственно при замене  $k_p$  на  $k_G$ . Таким образом,

$$\frac{1}{B} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_b^2}} \left\{ \frac{1}{u} [2\Phi(u) - 1] \right\} = \frac{2\Phi(u) - 1}{B}, \quad (7.108a)$$

где

$$A_a^2 \rightarrow 4\sqrt{2\pi}\gamma_a P_a; \quad A_b^2 \rightarrow 4\sqrt{2\pi}\gamma_b P_b. \quad (7.108b); \quad (7.108b)$$

Для лучей одинаковой мощности отношение сигнал-шум для гауссовского сигнала уменьшается по сравнению с его значением для синусоидального на множитель  $[2\Phi(u) - 1] = [\Phi(u) - \Phi(-u)] < 1$ . Ясно, что ширина спектра, определяемая величиной  $\sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_b^2}$ , должна быть минимизирована. Выражение для гетеродинного порога приведено в разд. 7.4.3.

Рассмотрим теперь изменение  $k_G$  с шириной полосы  $B$ , предполагая постоянными параметры  $f_n$ ,  $\gamma_a$ ,  $\gamma_b$ ,  $P_a$  и  $P_b$ . Поскольку  $u \sim B$  и  $k_G \sim (1/u)[2\Phi(u) - 1] \equiv z(u)$ , достаточно проанализировать функцию  $z(u)$ , показанную на рис. 7.14. Очевидно, что  $k_G$  и, следовательно,  $(CШ)_{\text{вых}}$  увеличиваются при уменьшении  $B$ . Очевидно также, что мощность шума уменьшается быстрее, чем мощность сигнала до тех пор, пока  $B$  не сужится до  $f_c = f_a - f_b$ . Этот эффект можно наблюдать на рис. 7.13. Поэтому как для синусоидального, так и для гауссовского сигналов желательно минимизировать  $B$ . Ограничения возникают из-за разных доплеровских сдвигов двух входных сигналов. Кроме того, для данной полосы  $B$  весь сигнал в случае синусоидальных волн будет

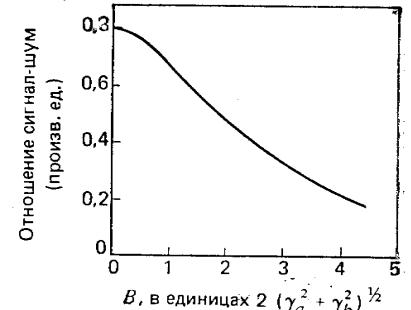


Рис. 7.14. График функции  $z(u)$ , который представляет собой зависимость отношения сигнал-шум от  $B$  для гауссовских сигналов

принят, в то время как в случае гауссовского сигнала будет продетектирована только часть.

Если положить, что  $\gamma_a$  и  $\gamma_b \rightarrow 0$  при постоянной мощности (т. е.  $\sqrt{2\pi}\gamma_a P_a = A_a^2/4$  и  $\sqrt{2\pi}\gamma_b P_b = A_b^2/4$ ), то гауссовский спектр преобразится в дельта-функцию. При этом получим

$$\lim_{\gamma_a \rightarrow 0, \gamma_b \rightarrow 0} S_{\text{вых}}(\text{гаусс}) = (\alpha^2/2) A_a^2 A_b^2 [2\Phi(\infty) - 1] = (\alpha^2/2) A_a^2 A_b^2. \quad (7.109)$$

Это выражение, как и ожидалось, определяет мощность на выходе для случая синусоидального сигнала [(7.67)].

### 7.3.4. Применение. Радар, работающий в непрерывном режиме, с гауссовскими входными сигналами (лоренцевский спектр)

В случаях когда узкополосные гауссовские входные сигналы имеют лоренцевский спектр мощности, а не гауссовский, спектральные плотности входной мощности имеют вид

$$S_a(f) = \frac{D_a \Gamma_a}{2[(f-f_a)^2 + \Gamma_a^2]} + \frac{D_a \Gamma_a}{2[(f+f_a)^2 + \Gamma_a^2]}, \quad (7.110a)$$

$$S_b(f) = \frac{D_b \Gamma_b}{2[(f-f_b)^2 + \Gamma_b^2]} + \frac{D_b \Gamma_b}{2[(f+f_b)^2 + \Gamma_b^2]}. \quad (7.110b)$$

Здесь  $D_a$  и  $D_b$  — произвольные постоянные, а  $\Gamma_a$  и  $\Gamma_b$  — постоянные, определяющие ширину спектра. Выполняя обратное преобразование Фурье, найдем корреляционные функции

$$R_a(\tau) = \pi D_a \exp(-2\pi\Gamma_a|\tau|) \cos 2\pi f_a \tau; \quad (7.111a)$$

$$R_b(\tau) = \pi D_b \exp(-2\pi\Gamma_b|\tau|) \cos 2\pi f_b \tau. \quad (7.111b)$$

Мощности входных сигналов описываются выражениями

$$\sigma_a^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_a(f) df = \pi D_a = \frac{\langle A_a^2 \rangle}{2}; \quad (7.112a)$$

$$\sigma_b^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_b(f) df = \pi D_b = \frac{\langle A_b^2 \rangle}{2}. \quad (7.112b)$$

Рассматривая те же шумы, что и в предыдущем разделе, и используя (7.50), (7.91), (7.97) и (7.111), получаем спектральную плотность мощности на выходе

$$S_{a \times a}(f) = \alpha^2 \pi D_a^2 \left[ \frac{2\Gamma_a}{f^2 + 4\Gamma_a^2} + \frac{\Gamma_a}{(f-2f_a)^2 + 4\Gamma_a^2} + \frac{\Gamma_a}{(f+2f_a)^2 + 4\Gamma_a^2} \right] + \alpha^2 \sigma_a^4 \delta(f); \quad (7.113a)$$

$$S_{b \times b}(f) = S_{a \times a}(f)|_{a \rightarrow b}; \quad (7.113b)$$

$$S_{a \times b}(f) = \alpha^2 \pi D_a D_b \left[ \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{(f-f_a-f_b)^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} + \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{(f-f_a+f_b)^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} + \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{(f+f_a-f_b)^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} + \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{(f+f_a+f_b)^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} \right] + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_b^2 \delta(f), \quad (7.113c)$$

$$+ \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{(f+f_a+f_b)^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} + \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{(f-f_a+f_b)^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} + \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{(f+f_a-f_b)^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_b^2 \delta(f), \quad (7.113c)$$

$$S_{a \times n}(f) = 2\alpha^2 N D_a \arctg \left\{ \frac{4f_n \Gamma_a}{[(f-f_a)^2 + \Gamma_a^2 - f_n^2]} \times \frac{(f^2 + f_a^2 + \Gamma_a^2 - f_n^2)}{[(f+f_a)^2 + \Gamma_a^2 - f_n^2] - 4f_n^2 \Gamma_a^2} \right\} + 2\alpha^2 \sigma_a^2 \sigma_n^2 \delta(f); \quad (7.113d)$$

$$S_{b \times n}(f) = S_{a \times n}|_{a \rightarrow b} \quad (7.113d)$$

при  $0 < \arctg x < \pi$  (исключены отрицательные углы). Для узких спектров ( $\Gamma_a$ ,  $\Gamma_b$  малы) спектральные плотности мощности для лоренцевского спектра будут такие же, как и для гауссовского. Можно просто заменить  $2\sqrt{2\pi}\gamma_a P_a$  и  $2\sqrt{2\pi}\gamma_b P_b$  соответственно на  $\pi D_a$  и  $\pi D_b$  [см. (7.90) и (7.112)].

Можно вычислить сигнал и шум на выходе и получить  $CW_{\text{вых}}$  следующим образом:

$$S_{\text{вых}} = 2\pi \alpha^2 D_a D_b \int_{-B/2}^{+B/2} \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{f^2 + (\Gamma_a + \Gamma_b)^2} df = 2\pi \alpha^2 D_a D_b \arctg \left[ \frac{4B(\Gamma_a + \Gamma_b)}{4(\Gamma_a + \Gamma_b)^2 + B^2} \right] \quad (7.114)$$

при  $0 < \arctg x < \pi$ . Для малой ширины полосы  $B$  мощность шума на выходе

$$N_{\text{вых}} = \int_{f_a-f_b-B/2}^{f_a-f_b+B/2} [S_{a \times n}(f) + S_{b \times n}(f) + S_{n \times n}(f)] df + \int_{-f_a+f_b-B/2}^{-f_a+f_b+B/2} [S_{n \times n}(f) + S_{b \times n}(f) + S_{a \times n}(f)] df \approx B [S_{a \times n}(f_a - f_b) + S_{a \times n}(-f_a + f_b) + S_{b \times n}(f_a - f_b) + S_{b \times n}(-f_a + f_b)] + 4\alpha^2 N^2 B (2f_n - f_a + f_b). \quad (7.115)$$

Как приближение используем замены  $2\sqrt{2\pi}\gamma_a P_a$  на  $\pi D_a$  и  $2\sqrt{2\pi}\gamma_b P_b$  на  $\pi D_b$  на рис. 7.12 и получим

$$N_{\text{вых}} = 8\pi \alpha^2 N B (D_a + D_b) + 4\alpha^2 N^2 B (2f_n - f_a + f_b), \quad 0 < f_a - f_b < f_n - f_a; \quad (7.116a)$$

$$N_{\text{вых}} = 4\pi \alpha^2 N B (D_a + D_b) + 4\alpha^2 N^2 B (2f_n - f_a + f_b), \quad f_n - f_b < f_a - f_b < f_n. \quad (7.116b)$$

Используя отношение сигнал-шум [см. (7.112)] в виде

$$(CW)_{\text{вых}} = \pi (D_a + D_b)/2 N f_n \quad (7.117)$$

и (7.114), (7.116), (7.117), найдем

$$(CШ)_{\text{вых}} = \frac{k_L (CШ)_{\text{вх}}^2}{[1 - (f_a - f_b)/2 f_n] + 2 (CШ)_{\text{вх}}}, 0 < f_a - f_b < f_n - f_a; \quad (7.118a)$$

$$(CШ)_{\text{вых}} = \frac{k_L (CШ)_{\text{вх}}^2}{1 - (f_a - f_b)/2 f_n} + (CШ)_{\text{вх}}, f_n - f_b < f_a - f_b < f_n. \quad (7.118b)$$

Эти результаты аналогичны полученным ранее для синусоидального и гауссовского спектров [см. (7.71), (7.75), (7.105)] за исключением того, что теперь использован коэффициент  $k_L$ , определяемый как

$$\begin{aligned} k_L &= \frac{f_n}{\pi (\Gamma_a + \Gamma_b)} \frac{D_a D_b}{(D_a + D_b)^2} \frac{1}{v} \operatorname{arctg} \left( \frac{4v}{4 - v^2} \right) = \\ &= \frac{f_n}{\pi (\Gamma_1 + \Gamma_2)} \frac{D_1 D_2}{(D_1 + D_2)^2} \frac{1}{v} \operatorname{arctg} \left( \frac{4v}{4 - v^2} \right) = \\ &= \frac{f_n}{\pi (\Gamma_1 + \Gamma_2)} \left\{ \frac{\xi_L}{(1 + \xi_L)^2} \right\} \frac{1}{v} \operatorname{arctg} \left( \frac{4v}{4 - v^2} \right), \end{aligned} \quad (7.119a)$$

где

$$v = B/(\Gamma_a + \Gamma_b) = B/(\Gamma_1 + \Gamma_2); \quad \xi_L = D_1/D_2. \quad (7.119b)$$

Эти результаты приведены на рис. 7.9 при замене  $k_P$  на  $k_L$ .

Для малых  $v$  (мала  $B$ )  $4v/(4 - v^2) \approx v$ . Нетрудно видеть, что функция  $v^{-1} \operatorname{arctg} v$  ведет себя аналогично функции  $z(u)$  [см. рис. 7.14]. Максимум достигается в начале координат, так что и в этом случае оптимум реализуется при  $B \rightarrow 0$ .

Воспользовавшись заменой  $\pi D_a \rightarrow A^2 a / 2$  и  $\pi D_b \rightarrow A^2 b / 2$  и устранив  $\Gamma_a$  и  $\Gamma_b$  к нулю, получим для (7.119)

$$\begin{aligned} k_L &= \frac{f_n}{B} \frac{A_a^2 A_b^2}{(A_a^2 + A_b^2)^2} \left\{ \lim_{\Gamma_a + \Gamma_b \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \times \right. \\ &\times \left. \left[ \frac{4B(\Gamma_a + \Gamma_b)}{4(\Gamma_a + \Gamma_b)^2 - B^2} \right] \right\} = \frac{f_n}{B} \frac{A_a^2 A_b^2}{(A_a^2 + A_b^2)^2} = k_P. \end{aligned} \quad (7.120)$$

Таким образом, случай, когда ширина полосы при постоянной мощности стремится к нулю, сводится к случаю синусоидального сигнала. Из приведенного рассмотрения очевидно, что при фиксированной полосе  $B$  необходимо по возможности минимизировать ширину спектра  $\Gamma_a + \Gamma_b$ .

### 7.3.5. Применение. Аналоговые системы связи

Трехчастотный метод используется для систем связи (в которых передатчик и приемник могут перемещаться друг относительно друга) подобно тому, как это было описано выше для радара (рис. 7.15). Заметим, однако, что в этом случае модулируется только одна из несущих волн ( $f_2$ ) и в схему включен демодулятор. При модуляции только одного из лучей  $s \times s$ -компонента, по-

падающая на демодулятор, вычисляется посредством свертки  $\delta$ -функции на частоте  $f_1$  с модулированным сигналом, центрированным на частоте  $f_2$ . Таким образом, получается исходный неискаженный спектр, который можно детектировать любым подходящим прибором, таким как смеситель, детектор огибающей или

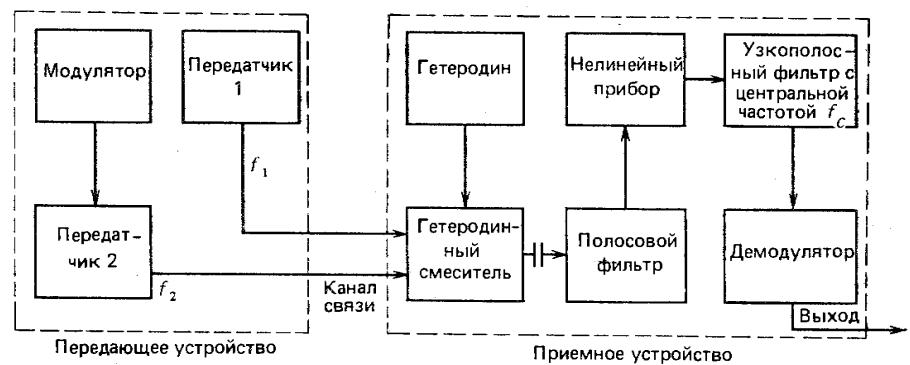


Рис. 7.15. Структурная схема трехчастотной нелинейной гетеродинной аналоговой системы связи

дискриминатор. Максимальная скорость декодирования (или информационная емкость) системы будет зависеть от времени отклика системы, которое обычно определяется шириной полосы на выходе  $B$ . Можно сконструировать аналоговую систему связи с ЧМ, в которой одночастотный лазерный луч расщепляется на две частотные составляющие модулятором (например, акустооптическим модулятором [7.49]). В этом случае информацию будет нести разность частот  $f_c$ . В отсутствие информации (т. е. при  $f_c = \text{const}$ )  $f_c$  обладает очень высокой монохроматичностью (ее ширина определяется стабильностью источника модулирующего сигнала). Таким образом, в трехчастотной нелинейной системе можно обойтись малыми частотными отклонениями, что приводит к сужению полосы.

### 7.3.6. Различные варианты низкочастотных устройств

До сих пор рассматривались приемники, работающие в видимой и ИК областях спектра электромагнитных колебаний ( $h\nu \gg kT$ , где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура приемника). В этом случае интенсивность падающей волны можно получить из аналитического рассмотрения сигнала; она не содержит компонент с удвоенной и суммарной частотой [7.10, 7.12—7.14]. Тем не менее выражение (7.77) имеет общий характер и применимо для всего спектра, в том числе для областей СВЧ и радиочастот ( $h\nu < kT$ ).

Для низких частот интенсивность пропорциональна квадрату

напряженности электрического поля,  $I \sim E^2$ . Для диода-смесителя, работающего либо в квадратичном режиме, либо в линейном, в квадратичных приборах отклик детектора для трехчастотной схемы определяется классическим выражением

$$\begin{aligned} r = & \beta' E_i^2 = \beta' [A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \\ & + A_L \cos(\omega_L t + \varphi_L)]^2 = \beta' \{A_1^2 \cos^2(\omega_1 t + \varphi_1) + \\ & + A_2^2 \cos^2(\omega_2 t + \varphi_2) + A_L^2 \cos^2(\omega_L t + \varphi_L) + \\ & + A_1 A_2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2)] + A_1 A_2 \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \\ & + (\varphi_1 + \varphi_2)] + A_1 A_L \cos[(\omega_1 - \omega_L)t + (\varphi_1 - \varphi_L)] + \\ & + A_1 A_L \cos[(\omega_1 + \omega_L)t + (\varphi_1 + \varphi_L)] + A_2 A_L \cos[(\omega_2 - \omega_L)t + \\ & + (\varphi_2 - \varphi_L)] + A_2 A_L \cos[(\omega_2 + \omega_L)t + (\varphi_2 + \varphi_L)]\}. \quad (7.121) \end{aligned}$$

Заметим, что  $A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = (A^2/2)[1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$ .

Теперь, поскольку детектор не реагирует на мгновенное изменение интенсивности колебаний с удвоенной и суммарной частотами ( $2\omega_1, \omega_1 + \omega_2, \dots$ ), остаются только постоянные и разночастотные слагаемые. Следовательно, выражение (7.121) практически переходит в (7.36). Расчеты, приводящие к (7.121), будут справедливы, конечно, при условии введения правильного соотношения для  $(СШ)_{вх}$  в классическом низкочастотном режиме детектирования. Обычно этого достигают заменой  $hv$  на  $kT$  и  $\eta$  на  $1/F_T$ ,  $F_T$  — коэффициент шума приемника.

Если цель обнаружена, то ширину полосы фильтра можно постепенно уменьшать до значений около  $2|\tilde{f}'_1 - \tilde{f}_L|$  или  $2|\tilde{f}'_2 - \tilde{f}_L|$  и тем самым получить данные о доплеровском сдвиге. Возможно, конечно, переключение на обычную схему.

Интересно исследовать работу различных вариантов трехчастотной нелинейной гетеродинной системы [7.59], отличающихся от описанных ранее. В этом разделе рассмотрим поведение системы при следующих условиях: 1) около нулевой частоты (постоянный ток), 2) без полосового фильтра на выходе, 3) с увеличенной информацией о доплеровском сдвиге (доплеровской информацией), 4) как оптимальную систему при отсутствии неопределенности в доплеровском сдвиге и 5) не с квадратичным законом нелинейности прибора, а  $v$ -й степени. Рассмотрим также особенности четырехчастотного нелинейного гетеродинного приема (более детально этот вопрос изложен в § 7.4).

В предположении, что  $B \rightarrow 0$ , вычисления  $(СШ)_{вх}$  для выходного фильтра с центральной частотой, равной нулю, а не  $f_c$ , приводят к результату (7.73) при  $k_P=1$ , независимому от  $f_n$ ,  $A_a$ ,  $A_b$  и  $B$ . Поэтому множитель  $f_n/B$  в уравнении не появляется. Для  $B > 0$  шум возрастает, в то время как сигнал не увеличивается, так что приведенный выше результат оптимален для нулевой частоты. Однако необходимо помнить, что этот результат получен для схемы с разделительной емкостью (см. рис. 7.3).

При отсутствии фильтра на выходе получается достаточно

сложное выражение для  $(СШ)_{вх}$ . Предполагая, что  $f_a$  и  $f_b$  много меньше, чем  $f_n$ , и  $A_a = A_b$ , получаем  $P_{min} \approx 2,9 h\nu f_n / \eta$ , т. е. примерно в 3 раза хуже, чем для обычной системы.

Рассмотрим теперь случай, когда полосовой фильтр едва пропускает частоты  $f_a$  и  $f_b$ , так что  $f_i = f_b$  и  $f_n = f_a$  при  $f_a > f_b$ . Ясно, что уменьшение ширины этой полосы должно привести к снижению шума и, следовательно, к улучшению характеристик системы, но в этом случае требуется точное знание доплеровских сдвигов. Расчет среднего значения  $P_{min}$  приводит к результату  $P_{min} \approx 3h\nu B / \eta$ , что значительно ниже, чем следует из (7.81).

Расчет для случая, когда учитывается полная доплеровская информация, отчетливо показывает, что трехчастотная схема вносит дополнительный шум по сравнению с обычной из-за нелинейных процессов. В этом случае  $P_{min} \approx 1,8 h\nu B / \eta$ , т. е. в 1,8 раза больше, чем в обычном гетеродинном приемнике с шириной полосы  $B$ .

Анализ выражения (7.60) показывает, что все детекторы с нелинейностью, изменяющейся по степенному закону  $v$ -й степени, имеют такие же, как и широкополосный квадратичный приемник, зависимости  $(СШ)_{вх}$  и  $(СШ)_{вых}$ . Для больших значений  $(СШ)_{вх}$  ожидается, что  $(СШ)_{вых}$  будет прямо пропорционально отношению  $(СШ)_{вх}$ . Таким образом, если использовать полуволновой линейный прибор вместо широкополосного квадратичного прибора, рассмотренного ранее, можно ожидать результатов, аналогичных полученным ранее. Это открывает широкие возможности для конструирования нелинейных гетеродинных систем, возможно даже в едином блоке.

Наконец, рассмотрим четырехчастотное смешение. Оно наиболее эффективно в случае идентичных передатчиков и местного гетеродина. Предполагая, что только одна из смещенных составляющих сигнала гетеродина ( $A_{L1}$ ) велика,  $(СШ)_{вых}$  получим из (7.73) и (7.76), но в этом случае

$${}^4K_P = f_n A_a^2 A_b^2 / B (A_a^2 + A_b^2 + A_c^2)^2 = f_n A_1^2 A_2^2 / B (A_1^2 + A_2^2 + A_{L2}^2)^2, \quad (7.122)$$

где  $A_c/A_a = A_{L2}/A_1$ . Если  $A_1 = A_2 = A_{L2}$ , то  ${}^4K_P = f_n/9B$ , что сравнимо с величиной  ${}^3K_P = f_n/4B$  для трехчастотного случая. Таким образом, один и тот же генератор может быть использован как передатчик и как гетеродин без больших потерь при условии, что одна из боковых составляющих сигнала местного гетеродина ослабляется до уровня ниже уровня принимаемого сигнала. Из (7.122) следует, что оптимальным является одночастотный гетеродин.

В случае двух интенсивных сигналов гетеродина с частотами, разделенными  $f_c$ , слагаемые  $s \times n$  очень велики из-за биений между частотами гетеродина. Кроме других слагаемых, не содержащихся в (7.122), в этом случае может появиться в знаменателе (7.122) очень большое слагаемое  $A_c^4$ , приводящее к появлению коэффициента  $(P_r/P_L)^2$  в выражении для  $(СШ)_{вых}$  ( $P_r$  и  $P_L$  — мощности сигнала и гетеродина соответственно). Следовательно,

при не очень большом отношении сигнал-шум на входе передатчик не может быть использован непосредственно как гетеродин без ослабления одной из боковых полос.

### 7.3.7. Числовой пример. Лазерный радар на CO<sub>2</sub>

Рассмотрим в качестве примера трехчастотной гетеродинной системы радар на CO<sub>2</sub>, работающий на длине волн 10,6 мкм [7.14, 7.61, 7.62] (см. рис. 7.3). Допустим, что необходимо обнаружить и проследить за движением спутника радиусом 1 м, перемещающимся с угловой скоростью 1 рад/мин; ожидаемая ширина полосы (вследствие движения) сигнала, вернувшегося к радару, должна быть порядка  $4R \frac{\omega_0}{\lambda} \approx 40$  кГц [7.9]. Выберем для удобства разностную частоту  $f_c$  равной 1 МГц, что исключает перекрытие спектра. Если спутник имеет радиальную скорость  $\approx 10$  км/с, то доплеровская частота равна примерно 2 ГГц и  $f'_c - f_c = \frac{2v_{||}}{c} f_c \approx 60$  Гц. Этот сдвиг очень мал в сравнении с обычными частотами модуляции в гетеродинной системе и удовлетворяет предположению, что  $f'_c - f_c \rightarrow 0$ . При таком предположении получаем только верхнюю границу скорости. Таким образом, его скорость может лежать в диапазоне 0...10 км/с; если выберем  $\Delta f = f_n \approx 2$  ГГц и  $B = 20$  кГц, то для этой системы  $P_{min} \approx \sqrt{3} \frac{hv}{B} \sqrt{Bf_n}$ , что эквивалентно  $P_{min}$  для обычного устройства с шириной полосы порядка 10 МГц. Если доплеровский сдвиг меньше, то и  $P_{min}$  соответственно меньше. Конечно, для больших отраженных сигналов отношение сигнал-шум будет увеличиваться пропорционально ширине полосы  $B$ . Следовательно, в таком радаре могут быть реализованы преимущества трехчастотной гетеродинной системы. Аналогичные результаты можно получить и для других частот: в СВЧ диапазоне, например,  $f_c$  можно уменьшить до десятков герц. Для уменьшения местных помех в некоторых случаях можно использовать очень узкополосный фильтр, настроенный на  $f_c$ .

### 7.3.8. Применение. Системы двоичной связи и радар, работающий в импульсном режиме (вакуумный канал)

В предыдущих разделах речь шла, главным образом, о трехчастотной нелинейной гетеродинной системе для использования ее в схеме радара с непрерывным излучением и в аналоговой связи, где, по существу, отношение сигнал-шум на выходе адекватно характеризовало систему. В этом разделе исследуем применение системы для цифровой связи и в импульсном радаре. Рассмотрение работы системы проведем в терминах вероятности ошибки  $P_e$ . Оценка вероятности ошибки при различных условиях требует как использования критерия доверительности, так и зна-

ния статистики сигнала; поэтому при описании работы трехчастотной гетеродинной системы будем отдавать предпочтение временному, а не частотному представлению.

Поскольку при введении временного описания возникают дополнительные трудности, ограничимся рассмотрением синусоидальных сигналов, гауссовского шума гетеродина и шума детектора огибающей. Схема такого приемника аналогична рассмотренной ранее с добавлением детектора огибающей (см. рис. 7.3 и 7.15). Поэтому детально проанализируем случай квадратичного приемника огибающей, в состав которого входят квадратичный прибор, узкополосный фильтр и детектор огибающей [7.63]. Хотя детектирование огибающей обычно неоптимально из-за нечувствительности к изменению фазы, оно используется [7.64], так как легко реализуется практически.

Вначале исследуем двоичную связь и импульсный радар как для ортогонального, так и для неортогонального разложений сигнала в вакуумном канале. В разд. 7.3.9 исследуем распределение вероятностей для огибающих, а также двоичную передачу сигналов для логарифмически нормального канала (прозрачная, но турбулентная атмосфера). Преимущества трехчастотной нелинейной гетеродинной системы для цифровой связи и применения в импульсном радаре аналогичны рассмотренным ранее в случае радара с непрерывным излучением и аналоговой связи.

Как и раньше, будем предполагать, что на смеситель попадают волны параллельные, плоскополяризованные и с пространственной когерентностью первого порядка в апертуре фотоприемника. Поэтому на входе квадратичного прибора, как и раньше [см. (7.51)], будут действовать два узкополосных сигнала и белый гауссовский шум гетеродина в полосе  $[0, f_n]$  со средним нулевым значением. Таким образом,

$$S(t) = A_a \cos(\omega_a t + \Phi_a) + A_b \cos(\omega_b t + \Phi_b), \quad (7.123)$$

где  $A_a, A_b, \Phi_a, \Phi_b$  — случайные величины. Предположим, что амплитуды не зависят от фаз. Вначале рассмотрим синусоидальные сигналы, т. е.  $A_a$  и  $A_b$  постоянны и  $\Phi_a$  и  $\Phi_b$  — случайные переменные, равномерно распределенные в интервале  $(0, 2\pi)$ .

Во временном представлении белый гауссовский шум гетеродина [7.65]:

$$n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k \cos \omega_k t + \sum_{k=1}^{\infty} v_k \sin \omega_k t. \quad (7.124)$$

Здесь  $\omega_k = k\omega_0$ ,  $\omega_0 = 2\pi/2T$ . Если входной сигнал является импульсным с длительностью  $(-T, T)$ , то коэффициенты  $u_k$  и  $v_k$  можно записать в виде

$$u_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} n(t) \cos \omega_k t dt; \quad (7.125a)$$

$$v_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} n(t) \sin \omega_k t dt. \quad (7.125b)$$

(В противном случае может быть использовано узкополосное приближение.) Поскольку  $u_k$  и  $v_k$  являются линейными преобразованиями гауссовой случайной переменной  $n(t)$ , они также гауссовые случайные величины [7.66]. Можно показать, что для большого  $T$  все  $u_k$  и  $v_k$  взаимно-некоррелированы и независимы [7.67]. Поскольку среднее значение  $n(t)$  выбрано равным нулю, имеем

$$\langle u_k \rangle = \left\langle \frac{1}{T} \int_{-T}^T n(t) \cos \omega_k t dt \right\rangle = 0 \quad (7.126a)$$

и аналогично

$$\langle v_k \rangle = 0. \quad (7.126b)$$

Дисперсия

$$\langle u_k^2 \rangle = \frac{1}{T^2} \int_{-T}^T \int_{-T}^T \langle n(t) n(t') \rangle \cos \omega_k t \cos \omega_k t' dt dt' = \frac{N}{T}; \quad (7.127a)$$

аналогично

$$\langle v_k^2 \rangle = N/T. \quad (7.127b)$$

При вычислении этих величин мы предполагали, что гауссовский шум  $n(t)$  стационарен, и что полоса  $[f_i, f_n]$  достаточно широка, так что шум можно считать белым (как и в неограниченной полосе). Это приводит к выражению для корреляционной функции  $R_n(t-t') \approx N\delta(t-t')$ . Здесь  $N$  — весовой коэффициент спектра шума.

Сигнал на входе квадратичного прибора

$$x(t) = s(t) + n(t) = A_a \cos(\omega_a t + \varphi_a) + A_b \cos(\omega_b t + \varphi_b) + \sum_k u_k \cos \omega_k t + \sum_k v_k \sin \omega_k t. \quad (7.128)$$

Заметим, что поскольку  $\omega_0$  мало, всегда можно найти целые числа  $m$  и  $n$ , такие, что  $m\omega_0$  и  $n\omega_0$  будут очень близки к  $\omega_a$  и  $\omega_b$  соответственно. Подразумевается, что  $T$  многое больше, чем  $2\pi/\omega_a$  и  $2\pi/\omega_b$ .

Выражение для сигнала на выходе квадратичного прибора получим прямой подстановкой значения  $x(t)$ :

$$\begin{aligned} y(t) &= \alpha x^2(t) = \alpha \left( \frac{1}{2} \sum_k u_k^2 (1 + \cos 2\omega_k t) + \frac{1}{2} \sum_k v_k^2 (1 - \right. \\ &\quad \left. - \cos 2\omega_k t) + \sum_k u_k v_k \sin 2\omega_k t + \sum_{i>j} u_i u_j [\cos(\omega_i - \omega_j) t + \right. \\ &\quad \left. + \cos(\omega_i + \omega_j) t] + \sum_{i>j} v_i v_j [\cos(\omega_i - \omega_j) t - \right. \\ &\quad \left. - \cos(\omega_i + \omega_j) t] + \sum_{i>j} u_i v_j [\sin(\omega_i + \omega_j) t - \right. \\ &\quad \left. - \sin(\omega_i - \omega_j) t] + \sum_{i>j} u_i v_j [\sin(\omega_i + \omega_j) t + \right. \\ &\quad \left. + \sin(\omega_i - \omega_j) t] \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sin(\omega_j - \omega_i) t] + \frac{1}{2} A_a^2 [1 + \cos(2\omega_a t + 2\varphi_a)] + \\ &+ \frac{1}{2} A_b^2 [1 + \cos(2\omega_b t + 2\varphi_b)] + A_a A_b \{\cos[(\omega_a + \omega_b) t + \varphi_a + \varphi_b] + \cos[(\omega_a - \omega_b) t + \varphi_a - \varphi_b]\} + A_a \sum_k u_k \{\cos[(\omega_k + \omega_a) t + \varphi_a] + \cos[(\omega_k - \omega_a) t - \varphi_a]\} + A_b \sum_k v_k \{\cos[(\omega_k + \omega_b) t + \varphi_b] + \cos[(\omega_k - \omega_b) t - \varphi_b]\} + A_a \sum_k v_k \{\sin[(\omega_k + \omega_a) t + \varphi_a] + \sin[(\omega_k - \omega_a) t - \varphi_a]\} + A_b \sum_k u_k \{\sin[(\omega_k + \omega_b) t + \varphi_b] + \sin[(\omega_k - \omega_b) t - \varphi_b]\}, \quad (7.129) \end{aligned}$$

где использованы следующие симметричные соотношения:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \sum_{i>j} u_i u_j [\cos(\omega_i + \omega_j) t + \cos(\omega_i - \omega_j) t] = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i<j} u_i u_j [\cos(\omega_i + \omega_j) t + \cos(\omega_i - \omega_j) t]; \quad (7.130a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \sum_{i>j} v_i v_j [\cos(\omega_i + \omega_j) t + \cos(\omega_i - \omega_j) t] = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i<j} v_i v_j [\cos(\omega_i + \omega_j) t + \cos(\omega_i - \omega_j) t]. \quad (7.130b) \end{aligned}$$

Так как важна скорее эффективная ширина полосы, чем форма характеристики узкополосного фильтра на выходе, выберем импульсный отклик фильтра в виде

$$h(t) = 2B \cos 2\pi f_c t, \quad 0 < t < 1/B. \quad (7.131)$$

Этот выбор облегчает вычисления во временном представлении и приводит к соответствию с полученным ранее выражением для отношения сигнал-шум. Предполагая, что  $B$  очень мала, получим сигнал на выходе полосового фильтра

$$\begin{aligned} z(t) &= \int_0^{1/B} h(t-t') y(t') dt' = A \cos(\omega_c t + \varphi) + u \cos \omega_c t + \\ &\quad + v \sin \omega_c t. \quad (7.132) \end{aligned}$$

Здесь

$$A = \alpha A_a A_b; \quad \varphi = \varphi_a - \varphi_b \quad (7.133a); \quad (7.133b)$$

и после довольно громоздких вычислений  $u$  и  $v$  можно представить в виде суммы бесконечного числа случайных переменных. Средние значения и дисперсии  $u$  и  $v$  найдены в [7.59]:

$$\langle u \rangle = \langle v \rangle = 0; \quad (7.134)$$

$$\langle u^2 \rangle = \langle v^2 \rangle \approx 4\alpha^2 \frac{N}{T} [2f_n N + (\langle A_a^2 \rangle + \langle A_b^2 \rangle)] \quad (7.135)$$

в предположении, что  $f_0, f_c \ll f_n$ . Найдено также, что

$$\langle uv \rangle = \langle u \rangle \langle v \rangle = 0, \quad (7.136)$$

что означает, что  $u$  и  $v$  нескоррелированы и независимы. Из уравнений (7.134) — (7.136) следует, что два последних слагаемых в (7.132),  $u \cos \omega_c t + v \sin \omega_c t$ , представляют собой узкополосный гауссовский случайный процесс с нулевым средним и центральной частотой  $\omega_c$ . Фактически (7.135) представляет собой мощность шума на выходе  $N_{\text{вых}}$ .

Можно подтвердить этот довольно общий результат [7.59] для конкретного случая, обобщая результаты работ [7.68] и [7.69], в которых изучена подобная проблема. Предположим, что на выходе гетеродинного смесителя имеются два синусоидальных сигнала и некоррелированный (белый) гауссовский шум. Система в этом случае состоит из гауссовского полосового фильтра на ПЧ с произвольной шириной полосы  $\Delta f$  и центрального частотой около  $f_a$  или  $f_b$  (большими по сравнению с  $f_c$ ), обычного квадратичного прибора и узкополосного фильтра на выходе с шириной полосы  $B$ . Можно показать, что при ограничениях  $f_c \ll f_a, f_b$  и  $B \ll f_c \ll \Delta f$  на выходе узкополосного фильтра будут действовать синусоидальный сигнал плюс гауссовский случайный процесс. В отсутствие сигнала шум на выходе будет просто гауссовским. Таким образом, распределение огибающей шума будет рэлеевским, а для сигнала вместе с шумом оно определяется распределением Райса (7.142). Можно добавить, что тот же самый результат был получен и для обычного двухчастотного гетеродинного приема, хотя средние значения и дисперсии в этом случае были другие.

Для  $f_c \ll f_n$  нетрудно проверить, что приведенное выше описание во временном представлении соответствует результатам, полученным ранее в частотном представлении. Поскольку связь между длительностью импульса  $T$  и минимальной шириной полосы фильтра  $B$  на выходе определяется свойствами преобразования Фурье,  $TB \approx 1$  [7.70], то выражение (7.135) для мощности шума при  $f_c \ll f_n$  можно записать в виде

$$\langle u^2 \rangle = \langle v^2 \rangle = N_{\text{вых}} \approx 4\alpha^2 NB [2f_n N + (\langle A_a^2 \rangle + \langle A_b^2 \rangle)]. \quad (7.137)$$

Используя (7.133а), находим

$$(CIII)_{\text{вых}} = S_{\text{вых}}/N_{\text{вых}} = \langle A^2 \rangle / 2 \langle u^2 \rangle = \frac{\langle A_a^2 A_b^2 \rangle}{8 NB [(\langle A_a^2 \rangle + \langle A_b^2 \rangle) 2 f_n N]}. \quad (7.138)$$

Используя выражение

$$(CIII)_{\text{вх}} = (\langle A_a^2 \rangle + \langle A_b^2 \rangle) / 4 f_n N, \quad (7.139)$$

окончательно получаем

$$(CIII)_{\text{вых}} = K_Q (CIII)_{\text{вх}}^2 / [1 + 2 (CIII)_{\text{вх}}], \quad (7.140)$$

где

$$K_Q = \frac{f_n \langle A_a^2 A_b^2 \rangle}{B (\langle A_a^2 \rangle + \langle A_b^2 \rangle)^2} = \frac{f_n \langle A_1^2 A_2^2 \rangle}{B (\langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle)^2}. \quad (7.141)$$

Эти соотношения справедливы при  $f_c \ll f_n$  и являются аналогами выражений (7.72) и (7.73) из разд. 7.3.2. Поэтому использованная здесь трактовка совпадает с представленной ранее.

Согласно (7.132) и последующему обсуждению, в присутствии сигнала и шума выходной сигнал узкополосного оконечного фильтра  $z(t)$  после прохождения через детектор огибающей задается распределением Райса [7.71]

$$f_1(r) = \frac{r}{\sigma^2} I_0(Ar/\sigma^2) \exp[-(r^2 + A^2)/2\sigma^2]. \quad (7.142)$$

Здесь  $r$  — огибающая  $z(t)$ ,  $\sigma^2 = \langle u^2 \rangle = 4\alpha^2 NB [2f_n N + (\langle A_a^2 \rangle + \langle A_b^2 \rangle)]$ ,  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, которую можно записать в виде

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \theta) d\theta. \quad (7.143a)$$

Можно использовать асимптотическое разложение для  $x \ll 1$  [7.72]:

$$I_0(x) = 1 + x^2/4 + \dots \approx \exp(x^2/4), \quad (7.143b)$$

в то время как для  $x \gg 1$

$$I_0(x) \approx e^x / \sqrt{2\pi x}. \quad (7.143b)$$

При наличии только шума, т. е. для  $A_a = A_b = 0$ , функция плотности вероятности для огибающей  $f_0(r)$  является рэлеевской;

$$f_0(r) = (r/\sigma_0^2) \exp(-r^2/2\sigma_0^2). \quad (7.144)$$

Здесь  $\sigma_0^2$  — мощность шума в отсутствие сигнала, т. е.

$$\sigma_0^2 = \langle u^2 \rangle |_{A_a=A_b=0} = 8\alpha^2 B f_n N^2. \quad (7.145)$$

Заметим, что в рассматриваемой нелинейной задаче  $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$  из-за наличия  $s \times n$ -слагаемых в  $\sigma^2$ . В обычных линейных системах эти слагаемые не появляются и  $\sigma^2 = \sigma_0^2$ .

Задавшись вероятностями распределения сигналов на выходе, можно приступить к исследованию работы систем двоичной связи и импульсного радара при выбранном законе доверительности. В дальнейшем рассмотрим как ортогональные, так и неортогональные разложения цифровых сигналов.

**Неортогональные разложения сигнала.** Вначале рассмотрим импульско-кодовую модуляцию интенсивности. Эту неортогональную схему разложения часто называют КИМ [7.73]. Полагаем, что когда сигнал есть, то передается 1, а когда его нет, то передается 0. Для оценки работы системы выберем критерий — отношение правдоподобия [7.72, 7.73]. Если  $Q$  — априорная вероятность передачи 1, то наличие сигналов определяется соотношением

$$Q f_1(r) \geq (1-Q) f_0(r). \quad (7.146)$$

Для простоты предположим, что различные типы ошибок равнозначны. Поскольку сигналы импульсные, выбранное значение  $r$  является усредненным по импульсу. Порог доверительности  $r_D$  определяется величиной  $r$ , для которой справедливо равенство в (7.146). Используя (7.142), (7.143а) и (7.144) для синусоидальных сигналов и гауссовского шума, найдем  $r_D$  из решения трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned} 1/2 \pi \int_0^{2\pi} \exp \left( \frac{Ar}{\sigma^2} \cos \theta \right) d\theta = \\ = \left( \frac{1-Q}{Q} \right) \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} \exp \left( \frac{A^2}{2\sigma^2} \right) \exp \left( -\frac{\sigma^2 - \sigma_0^2}{2\sigma_0^2 \sigma^2} r^2 \right). \end{aligned} \quad (7.147)$$

Из (7.137) и (7.141) следует, что

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 (1 + 2\sqrt{\xi_0/k_Q}), \quad (7.148)$$

где

$$\xi_0 = \langle A^2 \rangle / 2\sigma_0^2. \quad (7.149)$$

Для синусоидальных волн на входе  $A$ ,  $A_a$  и  $A_b$  постоянны, а коэффициент  $k_Q$  идентичен введенному ранее коэффициенту  $k_P$  [см. (7.72), разд. 7.3.2]. Полагая  $r_0 = r/\sigma_0$ , (7.147) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left( \frac{\sqrt{2\xi_0} r_0 \cos \theta}{1 + 2\sqrt{\xi_0/k_P}} \right) d\theta = \\ = [(1-Q)/Q] (1 + 2\sqrt{\xi_0/k_P}) \exp [\xi_0/(1 + 2\sqrt{\xi_0/k_P})] \times \\ \times \exp [-r_0^2 \sqrt{\xi_0/k_P} / (1 + 2\sqrt{\xi_0/k_P})]. \end{aligned} \quad (7.150)$$

Следовательно, при фиксированных  $k_P$  и  $Q$  решение (7.150) для  $r_0$ , которое обозначим  $\hat{r}_0$ , является функцией только  $\xi_0$ . Если далее определим

$$\xi' \equiv (CSH)_{\text{вых}} = \langle A^2 \rangle / 2\sigma^2, \quad (7.151)$$

то величина  $\xi' = (\sigma_0^2/\sigma^2) \xi_0 = \xi_0 / (1 + 2\sqrt{\xi_0/k_P})$  также зависит только от  $\xi_0$ . Следовательно,  $\hat{r}_0$  является функцией лишь  $\xi'$ , а порог доверительности  $r_D \equiv \sigma_0 \hat{r}_0$  — функцией  $\xi'$  и  $\sigma_0$ .

Вероятность ошибки декодирования

$$P_e = Q \int_0^{r_D} f_1(r) dr + (1-Q) \int_{r_D}^{\infty} f_0(r) dr \quad (7.152)$$

в данном случае может быть записана как

$$\begin{aligned} P_e = Q \int_0^{r_D} \frac{r}{\sigma^2} I_0 \left( \frac{Ar}{\sigma^2} \right) \exp \left( -\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2} \right) dr + \\ + (1-Q) \int_{r_D}^{\infty} \frac{r}{\sigma_0^2} \exp \left( -\frac{r^2}{2\sigma_0^2} \right) dr. \end{aligned} \quad (7.153)$$

Заменяя  $r/\sigma$  на  $r'$ , можно переписать первый интеграл  $I_1$  в (7.152) в следующем виде:

$$I_1 = \int_0^{\hat{r}_0 \sigma_0 / \sigma} r' I_0(\sqrt{2\xi'} r') \exp \left[ -\left( \frac{r'^2}{2} + \xi' \right) \right] dr'. \quad (7.154)$$

Поскольку  $\hat{r}_0 \sigma_0 / \sigma = \hat{r}_0 / (1 + 2\sqrt{\xi_0/k_P})^{1/2}$  — функция только  $\xi_0$ , которая, в свою очередь, зависит только от отношения сигнал-шум на выходе  $\xi'$ , этот интеграл является функцией только  $\xi'$ . Второй интеграл в (7.153) можно легко оценить следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_{r_D/\sigma_0}^{\infty} \frac{r}{\sigma_0^2} \exp \left( -\frac{r^2}{2\sigma_0^2} \right) dr &= \int_{r_D/\sigma_0}^{\infty} x \exp \left( -\frac{x^2}{2} \right) dx = \\ &= -\exp \left( -\frac{x^2}{2} \right) \Big|_{r_D/\sigma_0}^{\infty} = \exp(-r_D^2/2\sigma_0^2) = \exp(-\hat{r}_0^2/2). \end{aligned} \quad (7.155)$$

Он также зависит только от  $\xi'$ .

Поэтому при фиксированных  $k_P$  ( $\sim f_n/B$ ) и  $Q$  вероятность ошибки  $P_e$  зависит только от  $\xi' = (CSH)_{\text{вых}}$ . Используя (7.141),  $P_e$  можно выразить через  $(CSH)_{\text{вых}}$ . На рис. 7.16 представлены результаты расчета на ЭВМ вероятности ошибки [для машинных расчетов использовано выражение (7.143)]. Показана зависимость  $P_e$  от  $(CSH)_{\text{вых}}$  для различных значений  $f_n/B$  и обычно выбираемых значений  $Q=0,5$  и  $A_a=A_b$ . Очевидны преимущества малой ширины полосы  $B$  при фиксированной частоте  $f_n$ .

На рис. 7.16 приведена также зависимость  $P_e$  от  $(CSH)_{\text{вых}}$  для обычной двухчастотной гетеродинной системы, в которой не используется квадратичный прибор, а  $f_n$  для получения заметного сигнала должна быть сужена до  $\Delta f$ . На выходе в этом случае снова будет получен синусоидальный сигнал плюс узкополосный ( $\Delta f$ ) гауссовский шум [7.73]. Таким образом, проводятся те же самые вычисления, что и для трехчастотной гетеродинной системы с  $\sigma^2 = \sigma_0^2$  и  $\xi' = \xi_0 = (CSH)_{\text{вых}}$ . Видно, что вероятность ошибки при заданном отношении сигнал-шум для обычной гетеродинной системы выше, чем для трехчастотной. Это является следствием необходимого уменьшения шума после выходного узкополосного фильтра при  $f_n/B > 1$ , что приводит к увеличению  $(CSH)_{\text{вых}}$  и снижению  $P_e$  для трехчастотной системы. Поскольку распределения (7.142) и (7.144) вычислены только для  $B \ll f_c$  (следовательно,  $B \ll f_n$ ) и для белого шума, то на рис. 7.16 не показаны результаты для рассмотренной ранее оптимальной трехчастотной системы.

**Применение трехчастотной нелинейной гетеродинной системы к импульльному радару.** Трехчастотная нелинейная гетеродинная система может быть также использована в импульсном радаре. Конфигурация схемы в этом случае подобна рассмотренной ранее. В направлении цели лоскают импульсы и используют тест максимального правдоподобия для определения того, имеется или отсутствует цель (имеется или отсутствует отраженный или рассеянный сигнал). Детальное обсуждение этого вопроса можно найти в [7.74].

**Ортогональное разложение сигнала.** Рассмотрим ряд ортогональных разложений сигналов. Начнем с частотной манипуляции. В такой схеме частота одного из лучей передатчика фиксирована, в то время как частота другого меняется в интервале от  $f_2$  до  $f'_2$  (не следует путать с доллеровским сдвигом  $f'_2$ , рассмотренным ранее). Когда передается  $\psi(t)$ , вторая несущая будет иметь

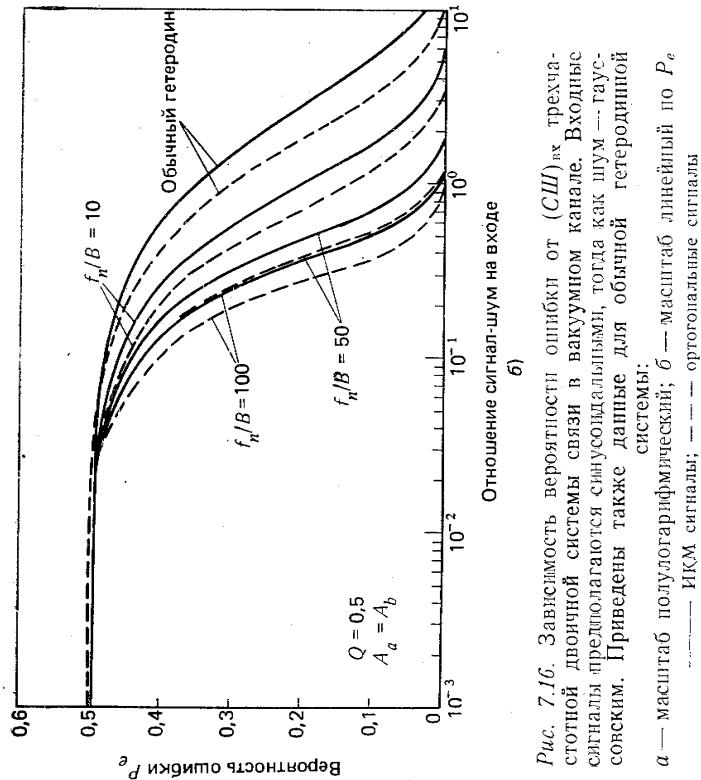
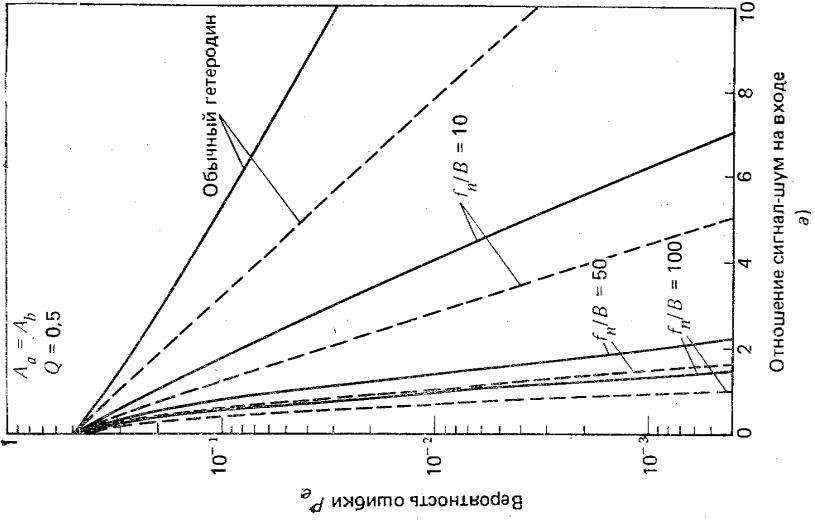


Рис. 7.16. Зависимость вероятности ошибки от (СИЧ)<sub>вх</sub> трехчастотной двойичной системы связи в вакуумном канале. Входные сигналы предполагаются синусоидальными, тогда как шум — гауссовским. Приведены также данные для обычной гетеродинной системы:  
а — масштаб полулогарифмический; б — масштаб линейный по  $P_e$

частоту  $f_2(f'_2)$ . Таким образом, разность частот будет сдвигаться между  $f_c = f_1 - f_2$  и  $f'_c = f_1 - f'_2$  (считаем, что  $f_1 > f_2, f'_2$ ). Все частоты  $|f_1 - f_L|, |f_2 - f_L|$  и  $|f'_2 - f_L|$  должны лежать в полосе  $f_n$ . Структурная схема такой системы показана на рис. 7.17. На выходе схемы включены два узкополосных фильтра с центральными частотами  $f_c$  и  $f'_c$  (не следует смешивать с рассмотренным ранее доплеровским сдвигом  $f'_c$ ). За каждым узкополосным фильтром следует детектор огибающей. При передаче 1 (0) сигнал вместе с шумом будет идеально проходить через верхний (нижний) узкополосный фильтр; на выходе другого фильтра будет только шум.

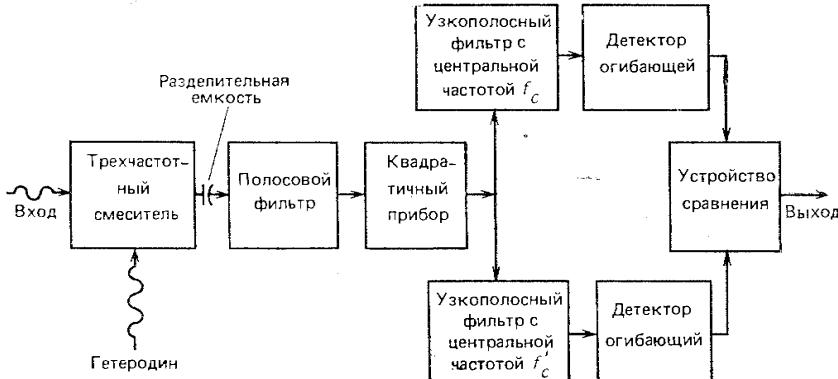


Рис. 7.17. Структурная схема трехчастотного нелинейного гетеродинного приемника с фазовой манипуляцией

Для такого ортогонального разложения оптимальный единичный приемник выбирает наибольший сигнал как единственно правильный. Обозначим через  $r_1$  и  $r_2$  сигналы на выходе первого и второго детекторов огибающей соответственно и через  $h_1(r_1)$  и  $h_2(r_2)$  функции плотности вероятности для  $r_1$  и  $r_2$  соответственно. Предположим, что передается единица, т. е.

$$h_1(r_1) = f_1(r_1); \quad h_2(r_2) = f_0(r_2), \quad (7.156a); \quad (7.156b)$$

где  $f_1(\cdot)$  и  $f_0(\cdot)$  определяются выражениями (7.142) и (7.144). Используя выбранное правило наибольшего сигнала, получаем, что ошибка возникает в тот момент, когда  $r_2 > r_1$ . Поэтому вероятность ошибки  $P_{e1}$

$$P_{e1} = \int_0^\infty dr_1 \left[ f_1(r_1) \int_{r_1}^\infty dr_2 f_0(r_2) \right] = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma^2} \exp \left( - \frac{A^2}{2(\sigma_0^2 + \sigma^2)} \right). \quad (7.157)$$

Легко показать, что она зависит только от  $\xi'$ . Точно так же находят вероятность ошибки  $P_{e0}$ , когда передается 0, и получают то же самое выражение; таким образом,  $P_{e0} = P_{e1}$ . Следовательно, полная вероятность ошибки

$$P_e = Q P_{e1} + (1 - Q) P_{e0} = P_{e1}. \quad (7.158)$$

Ее график показан на рис. 7.16 штриховой линией для тех же самых параметров, что и в случае ИКМ. Приведен также график для обычного гетеродина [7.73]. Получено существенное улучшение при использовании ортогонального разложения сигнала с помощью фазовой манипуляции.

Другой системой двоичной ортогонально-импульсной модуляции является система с модуляцией поляризации. В этом случае информация о 1 (0) представляется правой (левой) круговой или вертикальной (горизонтальной) линейной поляризацией. Модулятор поляризации в передатчике создает одно или два состояния поляризации лазерного луча. В приемнике (рис. 7.18) поляризо-

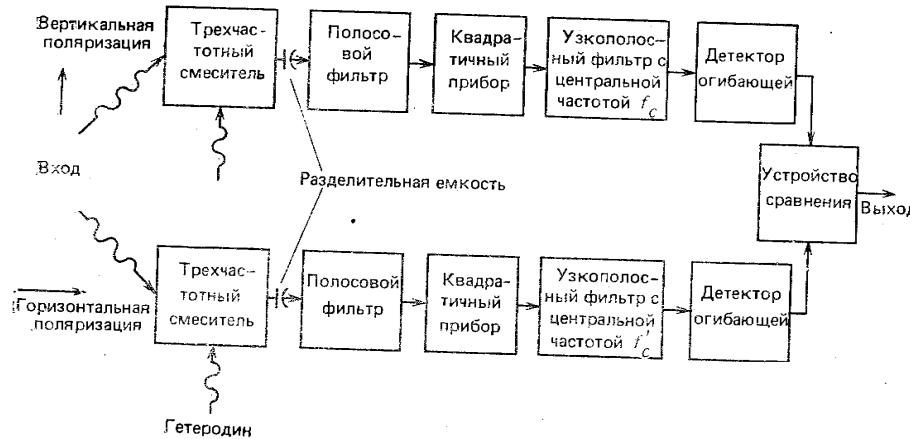


Рис. 7.18. Структурная схема трехчастотного нелинейного гетеродинного приемника с модуляцией поляризации

ванное по кругу излучение проходит через оптический фильтр и затем четвертьволновой пластинкой преобразуется в горизонтально или вертикально линейнополяризованный пучок. Компоненты линейной поляризации разделяются пространственно (например, призмой Волластона), так что вертикально поляризованная составляющая будет направлена на верхний фотоприемник, а горизонтально поляризованная на нижний. При 100%-ной модуляции, когда передается 1, на приемник будет поступать только вертикально поляризованная компонента и в идеальном случае излучение попадет только на верхний фотоприемник. Когда передается 0, проявляется только горизонтальная поляризация и сигнал в идеальном случае попадет только на нижний фотоприемник. Для декодирования используется правило выбора наибольшего. Нетрудно видеть, что значения  $P_e$  в этом случае идентичны полученным для системы с фазовой манипуляцией. Явления атмосферной деполяризации, пока они не слишком велики, будут приводить к уменьшению  $(C/I)_{\text{вх}}$ , а следовательно, и  $(C/I)_{\text{вых}}$  [7.75—7.78].

Рассмотрим последнее ортогональное разложение — двоичную фазово-импульсную модуляцию (ФИМ). В этой системе каждый период передачи бита делится на два равных подинтервала. Если передается 1 (0), то импульс попадает в первый (второй) подинтервал. Структурная схема возможной реализации такой системы представлена на рис. 7.19. Верхний (нижний) выход открыт для каждого начального (конечного) подинтервала и закрыт для каждого конечного (начального) подинтервала. Для верхнего выхода задана временная задержка, равная длительности подинтервала, так что выходные сигналы обоих каналов можно сравнить в одно и то же время. Для декодирования исполь-

зуют правило выбора наибольшего сигнала. Значения вероятности ошибки получаются те же самые, что и для системы с фазовой манипуляцией.

Сигналы на входе систем с фазовой манипуляцией, фазовой поляризацией и ФИМ обладают свойством ортогональности

$$\int_{-T}^T S_1(t) S_0(t) dt = 0, \quad (7.159)$$

где  $S_1(t)$  — волновая форма сигнала, представляющего состояние 1, и  $S_0(t)$  — волновая форма сигнала, представляющего состояние 0. В зависимости от конкретной ситуации такие ортогональные модуляционные системы обычно превосходят неортогональные системы по вероятности ошибки (7.76—7.78) и требуют для оптимального приема только простого сравнения. Случай  $M$ -мерного сигнала является прямым обобщением двоичного [7.79].

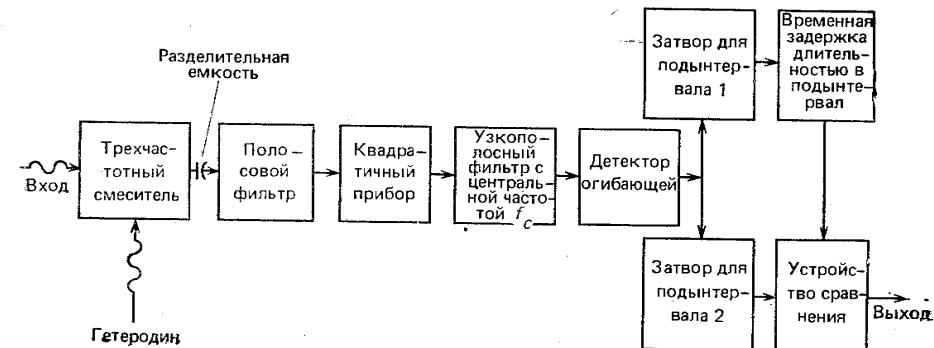


Рис. 7.19. Структурная схема трехчастотного нелинейного гетеродинного приемника с ФИМ

### 7.3.9. Применение. Системы двоичной связи и радар, работающий в импульсном режиме (логарифмически-нормальный атмосферный канал)

В разд. 7.3.6 были вычислены характеристики системы для вакуумного канала, в этом разделе найдем вероятность ошибки для трехчастотного нелинейного гетеродинного приема для атмосферного канала. Поведение турбулентной прозрачной атмосферы как логарифмически-нормального канала для оптического излучения установлено теоретически и экспериментально [7.76—7.78, 7.80—7.82]. Поэтому выберем логарифмически-нормальное распределение амплитуд  $A_1$  и  $A_2$  и равномерное в интервале  $(0,2\pi)$  распределение фаз  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ . Поскольку  $A_a \sim A_1$  и  $A_b \sim A_2$ , в то время как  $\Phi_a = \Phi_1 - \Phi_L$  и  $\Phi_b = \Phi_2 - \Phi_L$ , можно записать

$$A_a = u_a B_a; \quad A_b = u_b B_b, \quad (7.160a);$$

где  $B_a$  и  $B_b$  — постоянные, а  $u_a$  и  $u_b$  имеют то же логарифмически-нормальное распределение

$$P_N(u_i) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_x^2} (\ln u_i - m)^2 \right], \quad i = a, b. \quad (7.161)$$

Здесь  $\sigma_x$  — стандартное отклонение логарифма амплитуды, связанное со стандартным отклонением логарифма мощности  $\sigma$  формулой  $4\sigma_x^2 = \sigma^2$  [7.82]. Предполагая сохранение энергии и отсутствие рассеяния излучения, выберем

$$\langle u_i^2 \rangle = 1, \quad (7.162)$$

что эквивалентно  $m = -\sigma_x^2$ .

Используя (7.133а), получаем для амплитуды  $A$  на выходе

$$A = a A_a A_b = a B_a B_b u_a u_b. \quad (7.163)$$

Если  $u_a$  и  $u_b$  независимы, то получим

$$\langle A^2 \rangle = a^2 B_a^2 B_b^2 \langle u_a^2 \rangle \langle u_b^2 \rangle = a^2 B_a^2 B_b^2, \quad (7.164a)$$

или

$$a B_a B_b = \sqrt{\langle A^2 \rangle} = \sqrt{a^2 \langle B_a^2 B_b^2 \rangle}. \quad (7.164b)$$

К тому же

$$\ln A = \ln u_a + \ln u_b + \ln a B_a B_b. \quad (7.165)$$

Так как величины  $y_a = \ln u_a$  и  $y_b = \ln u_b$  будут нормально распределены по закону

$$f_N(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_x^2}(y_i + \sigma_x^2)^2 \right], \quad (7.166)$$

то если  $u_a$  и  $u_b$  — независимы, переменная  $y_L = \ln A$  будет иметь нормальное распределение

$$f_L(y_L) = \frac{1}{2\sigma_x\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{4\sigma_x^2}(y_L + 2\sigma_x^2 - \ln a B_a B_b)^2 \right], \quad (7.167)$$

из которого получим плотность вероятности для  $A$

$$f_A(A) = \frac{1}{2\sigma_x\sqrt{\pi}A} \exp \left[ -\frac{1}{4\sigma_x^2} \left( \ln \frac{A}{\sqrt{\langle A^2 \rangle}} + 2\sigma_x^2 \right)^2 \right]; \quad (7.168)$$

здесь  $u_a$ ,  $u_b$  независимы [использовалось выражение (7.164б)].

Рассмотрим также случай  $u_a = u_b = u$ , когда оба приходящих сигнала близки по частотам и пространственно, так что в каждый момент времени они испытывают одинаковые флуктуации [7.83]. Этот случай на практике реализуется чаще, чем случай независимых сигналов. Для зависимых флуктуаций

$$A = a A_a A_b = a B_a B_b u^2, \quad (7.169)$$

откуда

$$\langle A \rangle = a \langle A_a A_b \rangle = a B_a B_b;$$

$$\ln A = \ln \langle A \rangle + 2 \ln u, \quad (7.170); \quad (7.171)$$

Поскольку  $\ln u$  имеет нормальное распределение  $f_L(u)$  по формуле (7.165), переменная  $y_L = \ln A$  также имеет нормальную функцию плотности вероятности

$$f_N(y_L) = \frac{1}{2\sigma_x\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{8\sigma_x^2}(y_L + 2\sigma_x^2 - \ln \langle A \rangle)^2 \right]. \quad (7.172)$$

Преобразовав (7.172), получим функцию плотности вероятности для  $A$

$$f_A(A) = \frac{1}{2\sigma_x\sqrt{2\pi}A} \exp \left[ -\frac{1}{8\sigma_x^2} \left( \ln \frac{A}{\langle A \rangle} + 2\sigma_x^2 \right)^2 \right], \quad u_a = u_b. \quad (7.173)$$

Это равенство выводится аналогично (7.168); заметим, что  $\sqrt{\langle A^2 \rangle}$  заменен на  $\langle A \rangle$  и эффективная дисперсия удвоилась. Это приводит к выравниванию и уширению кривой распределения плотности вероятности для случая идентичных помех в обоих лучах,  $u_a = u_b$ .

Для флуктуаций прозрачности атмосферы, медленно изменяющихся в течение длительности импульса  $T$  (это обычный случай [7.76—7.78, 7.81—7.83]), в каждом временному интервале огибающая на выходе трехчастотной системы будет описываться распределением (7.142). Полное распределение огибающей при наличии атмосферы  $f_{1A}(r)$  также будет описываться распределением Райса [7.142], усредненным по всем возможным значениям  $A$ ,

$$f_{1A}(r) = \int_0^\infty f_1(r|A) f_A(A) dA, \quad (7.174)$$

где  $f_1(r|A)$  описывает выражение (7.142). При отсутствии сигнала плотность вероятности огибающей остается той же [см. (7.144)], поскольку шумы определяются

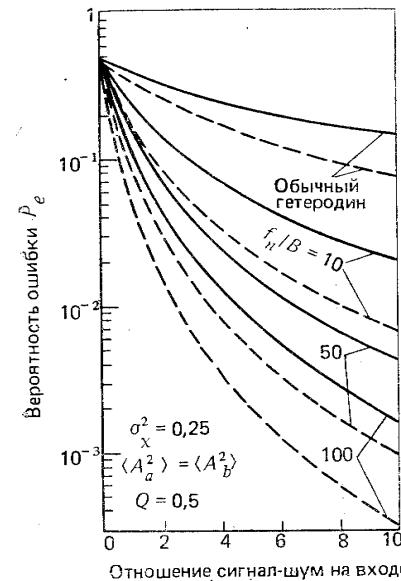


Рис. 7.20

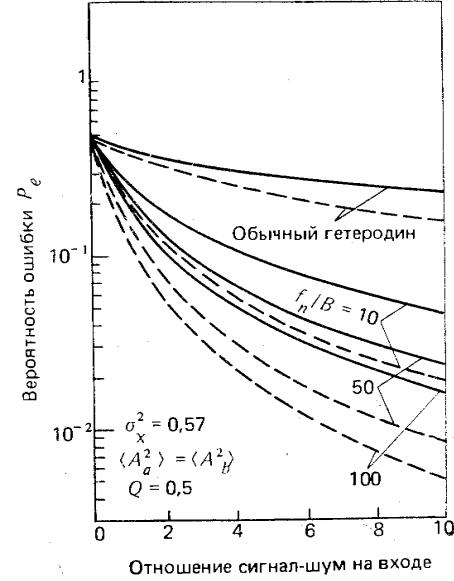


Рис. 7.21

Рис. 7.20. Зависимость вероятности ошибки от  $(СШ)_{вх}$  для трехчастотной двумичной системы связи с уровнем турбулентности атмосферы  $\sigma_x^2 = 0,25$ . Предполагается, что на выходе амплитуды  $A_a$  и  $A_b$  независимы и шум гауссовский. Для сравнения показан результат для обычной гетеродинной системы:

— ИКМ сигналы; — ортогональные сигналы

Рис. 7.21. То же, что и на рис. 7.20, но  $\sigma_x^2 = 0,57$

ляются только гетеродином, на который атмосферные флюктуации практически не влияют. Таким образом,

$$f_{0A}(r) = f_0(r). \quad (7.175)$$

При предположениях, приводящих к (7.174), для различных систем модуляции, обсужденных ранее, вероятность ошибки при наличии логарифмически-нормальной турбулентной атмосферы

$$P_e(\text{турб.}) = \int_0^{\infty} P_e(\text{стат.}) f_A(A) dA. \quad (7.176)$$

Эта величина вычислена на компьютере IBM-OS-360 Колумбийского университета. Результаты расчета приведены на рис. 7.20—7.23. Для графиков на рис. 7.20 и 7.21 предполагалось, что  $A_a$  и  $A_b$  независимы и интенсивности сигналов одинаковы, т. е.  $\langle A_a^2 \rangle = \langle A_b^2 \rangle$ . Представленные на этих рисунках кривые вероятности ошибки соответствуют двум значениям  $\sigma_x^2 = 0,25$  и  $\sigma_x^2 = 0,57$ . Это соответствует приблизительно  $\sigma=1$  и  $\sigma=1,5$  [7.81, 7.82]; значения других параметров те же, что и для неменяющейся атмосферы (см. рис. 7.16). Рисунки 7.22 и 7.23 аналогичны рис. 7.20 и 7.21 за исключением того, что  $A_a = A_b$ . Для всех случаев на рис. 7.20 и 7.21 приведены результаты для обычного гетеродинного приема. Для  $\sigma_x \rightarrow 0$  результаты, соответственно, стремятся к значениям, характерным для статичной, неменяющейся атмосферы, представленным на рис. 7.16.

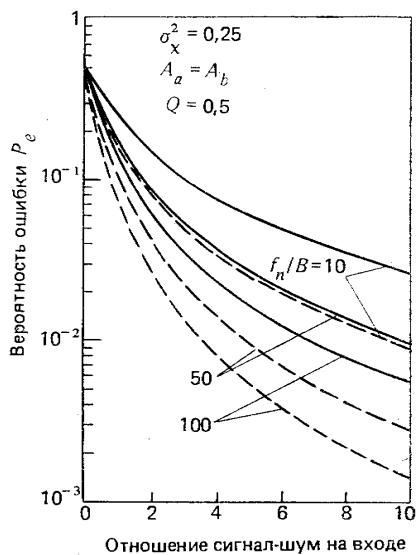


Рис. 7.22. Зависимость вероятности ошибки от  $(СШ)_x$  для трехчастотной двоичной системы связи с уровнем турбулентности атмосферы  $\sigma_x^2 = 0,25$  и  $A_a = A_b$ :

— ИКМ сигналы; —— ортогональные сигналы

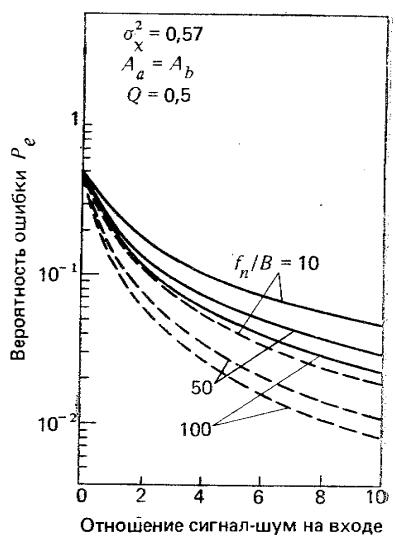


Рис. 7.23. То же, что и на рис. 7.22, но  $\sigma_x^2 = 0,57$

Результаты вычислений показывают также, что кривые вероятности ошибки зависят только от отношения сигнал-шум, а не от абсолютного значения уровня шума как в вакуумном, так и в логарифмически-нормальном каналах.

Из графиков, представленных на рис. 7.16, 7.20—7.23, следует, что ортогональные разложения сигнала дают лучшие результаты, чем неортогональная ИКМ (это относится и к случаю прямого детектирования [7.76—7.78]). Видно, что вероятности ошибок увеличиваются при увеличении уровня турбулентности атмосферы. Независимость флюктуаций в двух сигнальных лучах позволяет их различать; это приводит к улучшению характеристик приемной системы. Очевидно, что во всех случаях трехчастотный нелинейный гетеродинный фотоприем обеспечивает улучшение характеристик по сравнению с характеристиками обычного гетеродинного приема, особенно при увеличении отношения  $f_n/B$ . Была получена характеристика приемника для случаев фазового детектирования с криптерием максимальной вероятности [7.84] и фазового сдвига (PSK) [7.59]. Несмотря на то, что PSK определенно лучше фазового детектирования, никакая система не обеспечивает вероятности ошибки, хорошо отвечающей требованиям.

В разд. 7.3.10 обсуждается полезность трехчастотной нелинейной гетеродинной методики для применения в радарах и системах связи.

### 7.3.10. Обсуждение

Трехчастотная нелинейная система гетеродинного приема имеет несомненные преимущества по сравнению с обычной однофотонной двухчастотной схемой как в аналоговых, так и в цифровых системах. Одним из преимуществ является возможность увеличения чувствительности приема и минимизации вероятности ошибки, особенно при малой доплеровской информации. Система обеспечивает выходной сигнал на хорошо известной разностной частоте, несмотря на доплеровский сдвиг передаваемых сигналов. Поэтому можно избежать частотного сканирования гетеродина или приемника. Она позволяет непрерывно наблюдать цель с доплеровским сдвигом, большим, чем было возможно ранее. Система также в известном смысле не зависит от угла наблюдения, хотя доплеровский сдвиг пропорционален радиальной скорости и поэтому в общем случае зависит от угла. Для получения доплеровской информации ширина полосы широкополосного фильтра, расположенного после квадратичного детектора, может быть сужена около частоты  $2|f'_1 - f_L|$  или  $2|f'_2 - f_L|$ . При увеличении доплеровской информации характеристика приемника может быть улучшена в соответствии с нашими ожиданиями.

Поскольку использование двухчастотного передатчика можно рассматривать как специальный случай модуляции одночастотного луча, систему мысленно можно представить как гетеродинный вариант извлечения сигнала на заданной частоте модуляции. Таким образом, трехчастотная система аналогична обычному гетеродинному радиометру, но с более тщательным учетом влияния доплеровского сдвига и статистики сигнала. Так как доплеровский сдвиг обычно не является важным параметром для обычного гетеродинного радиометра, то ширина полосы пропускания фильтра

на выходе (связанная с временем интегрирования) может быть выбрана произвольно малой; к тому же зачастую можно поддерживать фиксированное соотношение между фазами исходного и детектируемого сигналов, что позволяет реализовать дополнительный множитель 2 (возникающий из-за когерентного приема). Эти специфические преимущества недостижимы при трехчастотном нелинейном гетеродинном приеме.

При обычных условиях доплеровской неопределенности оптимальные условия работы реализуются, когда разностная частота  $f_c$  максимально близка к  $f_p$  или когда частота гетеродина лежит между частотами принимаемых сигналов и требуется, чтобы мощность излучения делилась поровну между двумя принимаемыми сигналами. При включении в схему разделительной емкости обработка сигнала по постоянному току после квадратичного детектора дает плохие результаты. Четырехчастотное смещение, как было показано, обеспечивает приемлемую характеристику только тогда, когда одна из частот гетеродина значительно ослаблена.

Рассмотрены были сигналы трех видов: а) синусоидальные сигналы на входе; б) гауссовские входные сигналы с гауссовским спектром мощности и в) гауссовские входные сигналы с лоренцевским спектром мощности. Выбрав случай чисто синусоидальных волн за эталон, получим, что отношение сигнал-шум на выходе для гауссовых сигналов уменьшается на величину  $[2\Phi(u) - 1] < 1$  для гауссового спектра или на  $\left\{ \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left| \frac{4v}{4 - v^2} \right| \right\} < 1$  для лоренцевского спектра, где  $u$  и  $v$  — величины, пропорциональные ширине полосы  $B$  узкополосного выходного фильтра. Во всех случаях уменьшение  $B$  приводит к увеличению отношения сигнал-шум и уменьшению минимально обнаружимой мощности. Найдено, что для максимизации отношения сигнал-шум в случае гауссовых сигналов желательно иметь как можно меньшую ширину спектра.

В частности, численные результаты можно легко распространить на ряд применений. Для двоичной связи более приемлемы стохастические сигналы, чем синусоидальные. Возможно более полное использование  $M$ -канальной связи при переходе от единичных детекторов к матричным [7.76—7.78]. Более оптимальным может быть детектор с фильтром, чем обсужденный ранее детектор огибающей. Хотя в настоящее время обработка сигнала состоит в анализе передаваемых информационных знаков, можно получить информацию для оценки уровня турбулентности атмосферы за период передачи отдельного символа. Короче говоря, обычными изменениями гетеродинная система может быть расширена, усовершенствована или (и) модифицирована для применения трехчастотного нелинейного гетеродинного метода.

Принцип применим, по-видимому, для всех областей электромагнитного спектра, где полезен обычный гетеродинный прием. В § 7.4 рассмотрим два варианта системы, полезных для детектирования сигналов от удаленных объектов.

## 7.4. МНОГОЧАСТОТНАЯ ОДНОФОТОННАЯ ГЕТЕРОДИННАЯ РАДИОМЕТРИЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ УДАЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Излучение удаленных известных объектов, таких как внеземные молекулы, дымовые потоки при регистрации приемной станцией обычно имеет сдвиг по частоте и перестает быть монохроматичным. Сдвиги центральной частоты могут быть обусловлены рядом эффектов, включая доплеровский, возникающий из-за движения центра масс группы молекул, и красный сдвиг из-за эмиссии в сильном гравитационном поле. Доплеровский сдвиг пропорционален скорости и может быть достаточно большим; это вносит неопределенность в частоту, на которой регистрируется слабый сигнал. Проблема становится более существенной при высоких частотах, так как доплеровский сдвиг пропорционален частоте.

В этом параграфе рассмотрим использование пассивного варианта трехчастотного однофотонного гетеродинного метода для частичного устранения влияния доплеровского сдвига при детектировании излучений удаленных объектов. Полезно иметь пару (или пары) линий излучения с определенной, хорошо известной разностью частот, например, такие, как два перехода в молекуле или переходы в двух изотопах. Если две частоты излучения близки друг к другу, то они имеют одинаковый доплеровский сдвиг, так что доплеровский сдвиг практически не будет влиять на разностную частоту. При использовании двух сигнальных частот вместо одной достигается эффективная модуляция источника, и ширина полосы приемника может быть сужена вблизи разностной частоты аналогично тому, как это делается в радиометрах. Но в то время как в классическом радиометре модуляция осуществляется в детекторе (которая поэтому не является специфичной), частота модуляции в описываемой здесь системе прямо связана с детектированием излучения удаленных объектов. К тому же система может быть реализована в сочетании с классическим радиометром Дике [7.85—7.89] и обеспечивает гарантированное улучшение параметров. Этот метод наиболее полезен в ИК и видимом диапазонах, где сдвиг Доплера велик. В последнее время в этой области частот начали использовать обычную гетеродинную радиометрию и спектроскопию [7.88—7.91]. В самом конце параграфа, в разд. 7.4.5 описан вариант системы, которая полезна при известном доплеровском сдвиге.

### 7.4.1. Конфигурация для двух принимаемых частот

Простейший пример трехчастотной системы, полезной для обнаружения и отслеживания радарных сигналов и сигналов связи, обсуждался в § 7.3. На рис. 7.24 представлена структурная схема варианта селективного гетеродинного радиометра. Удаленный источник излучения испускает две волны с частотами  $f_1$  и  $f_2$ , разностная частота которых в покое  $f_c \equiv |f_1 - f_2|$  известна с высокой точностью. Излучение испытывает доплеровский сдвиг из-за движением

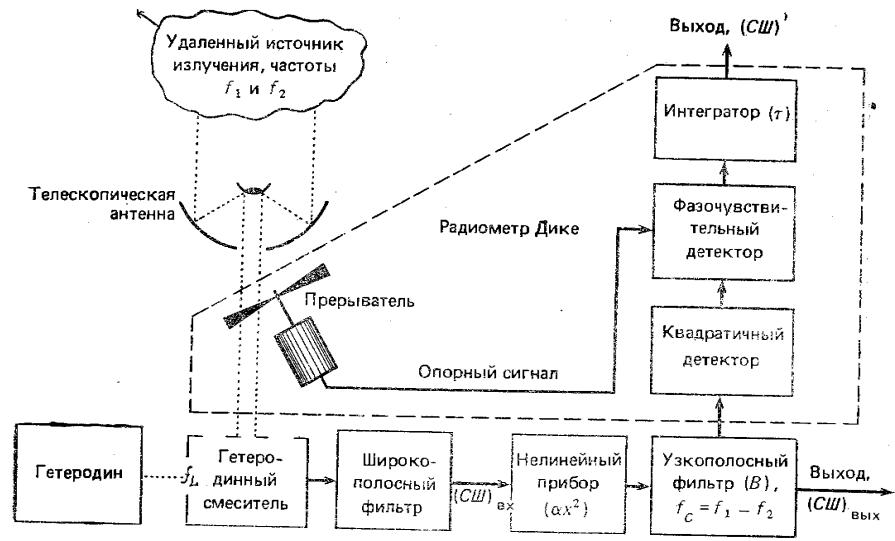


Рис. 7.24. Структурная схема трехчастотного селективного гетеродинного радиометра с сигналом, не зависящим от эффекта Доплера.

Пунктиром показаны сигналы излучения, сплошными линиями со стрелками — электрические сигналы, штриховой линией обведен радиометр Дике, который может быть добавлен в систему. На рисунке не показаны блоки усиления

жения центра масс источника. Линии излучения также уширяются из-за распределения частиц по скоростям. Таким образом, волна с центральной частотой  $f$  принимается станцией на частоте  $f'$ . Предполагая, что скорость облака мала по сравнению со скоростью света  $c$ , для нерелятивистского доплеровского сдвига получим

$$f' = f(1 \pm v_{\parallel}/c), \quad (7.177)$$

где  $v_{\parallel}$  — радиальная компонента полного вектора скорости. Это выражение отличается от (7.33) множителем 2 во втором слагаемом; излучение пассивной системы проходит путь только один раз. Поэтому разностная частота двух принимаемых волн

$$f'_c \equiv |f'_1 - f'_2| = f_c \pm (v_{\parallel}/c) f_c \approx f_c. \quad (7.178)$$

Таким образом, разностные частоты излучаемой и принимающей волн с хорошим приближением при  $v_{\parallel}/c \ll 1$  не зависит от доплеровского сдвига.

Два поля излучения с частотами  $f'_1$  и  $f'_2$  смешиваются в гетеродинном детекторе с сильным когерентным поляризованным сигналом гетеродина (с частотой  $f_L$ ). В итоге получаются два электрических сигнала биений с частотами  $|f'_1 - f_L|$  и  $|f'_2 - f_L|$  и постоянная компонента, которая отфильтровывается емкостью. Третий сигнал на разностной частоте  $|f'_1 - f'_2|$  возникает без влияния гетеродина, поэтому мощность его мала и им можно пренебречь. Переменный сигнал с выхода гетеродинного смесителя через

фильтр с полосой  $\Delta f$  поступает на нелинейный прибор. Для максимизации отношения сигнал-шум значение  $\Delta f$  должно быть как можно меньше, но должно превосходить разностные частоты генерируемых в смесителе колебаний (иногда неизвестные). Нелинейный прибор, который также дает отклик в пределах полосы  $\Delta f$ , затем генерирует составляющую на частоте

$$f'_c = |f'_1 - f'_2|. \quad (7.179)$$

Так как выходной сигнал нелинейного прибора не зависит существенно от доплеровского сдвига, так же как и от частоты гетеродина, то изменение этих величин мало влияет на выходной сигнал системы. Поэтому в большинстве случаев отпадает необходимость в стабильном и перестраиваемом гетеродине. К тому же прием в этой системе не зависит от угла наблюдения.

Малая ширина полосы шума определяется узкополосным фильтром с центральной частотой  $f_c \approx f'_c$  и полосой  $B$ , который включается после нелинейного прибора. Таким образом, усилители и другие устройства детектирования обрабатывают электрические сигналы (обычно) на средних частотах, что обеспечивает легкость согласования и хороший коэффициент шума приемника. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению мощности гетеродина, необходимой для оптимального когерентного детектирования. Во многих случаях необходимы только гетеродинный смеситель и нелинейный прибор с высокочастотным откликом. (На структурной схеме усилители не показаны.) Сигнал с выхода узкополосного фильтра можно завести в стандартный радиометр Дике (на рис. 7.24 показан штриховой линией), состоящей из (третьего) детектора, фазочувствительного детектора (синхронного) и интегратора с постоянной времени  $\tau$ . (Хотя на рис. 7.24 указано, что детектор квадратичный, характеристика его некритична и в действительности часто в случае простейших сигналов можно использовать линейный детектор.) Модулировать излучение можно прерывателем, как показано на рисунке. Применение этого метода модуляции может несколько улучшить отношение сигнал-шум и в ряде случаев это устройство может быть объединено с обычным ИК гетеродинным радиометром [7.88—7.91]. Дополнительный выигрыш можно получить, используя балансный смеситель [7.89].

Отношение сигнал-шум на выходе трехчастотной нелинейной гетеродинной системы [см. (7.76) и (7.107б)]

$$(СШ)_{\text{вых}} = 2 k' \frac{(СШ)_{\text{вх}}^2}{1 + 2 (СШ)_{\text{вх}}} . \quad (7.180)$$

Предполагается, что гетеродин не вносит избыточных шумов (и частота его лежит между двумя сигнальными частотами), полосовой фильтр близок к оптимальному ( $\Delta f \rightarrow f_n$ ) и (для упрощения вычислений) детектор квадратичный. Здесь  $(СШ)_{\text{вх}}$  представляет собой отношение сигнал-шум на входе квадратичного детек-

тора (см. рис. 7.24), которое обычно много меньше единицы. Коэффициент  $k'$ , появляющийся в (7.180), обсуждается в следующем разделе.

#### 7.4.2. $n$ принимаемых частот и коэффициент $k'$

Для системы с двумя сигнальными частотами коэффициент  $k'$ , как показано ранее, зависит от амплитуды, статистики и спектрального состава принимаемого излучения, а также от ширины полосы двух фильтров. Поскольку излучение удаленных молекулярных объектов может содержать много частот, рассмотрим работу системы в более общем случае, когда  $n (\geq 2)$  эквидистантных линий излучения проходят через широкополосный фильтр и детектируются. Представляют интерес следующие случаи: синусоидальные сигналы ( $P$ ), независимые гауссовские сигналы с гауссовским спектром ( $G$ ) и независимые гауссовские сигналы с лоренцевским спектром ( $L$ ). Детально рассмотрим случай гауссовского сигнала, поскольку излучение астрономических источников обычно гауссовское [7.92]. Влияние большого числа линий включается в параметр  $k'$  обобщением ранее полученных выражений для  $k$  [см. (7.72), (7.106) и (7.119)]. Для рассмотренных выше случаев можно записать

$$k'_P \approx \frac{f_n}{B} \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{n-1} A_j^2 A_{j+1}^2}{\left( \sum_{j=1}^n A_j^2 \right)^2} \right\}, \quad (7.181a)$$

$$k'_G \approx \frac{f_n}{V8\gamma} \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (\gamma P_j)(\gamma P_{j+1})}{\left( \sum_{j=1}^n \gamma P_j \right)^2} \right\} \left[ \frac{2\Phi(B/V8\gamma)-1}{B/V8\gamma} \right]; \quad (7.181b)$$

$$k'_L \approx \frac{f_n}{2\Gamma} \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{n-1} D_j D_{j+1}}{\left( \sum_{j=1}^n D_j \right)^2} \right\} \left[ \frac{1}{\pi B/2\Gamma} \operatorname{arctg} \left\{ \frac{2B}{\Gamma} \left[ 4 - \frac{B^2}{4\Gamma^2} \right]^{-1} \right\} \right]. \quad (7.181b)$$

Здесь  $A_j$  — амплитуда  $j$ -й линии в случае синусоидального сигнала,  $P_j$  — максимальная величина гауссовского спектрального распределения и  $\gamma$  — его стандартное отклонение,  $D_j$  и  $\Gamma$  — высота и ширина лоренцевского спектра соответственно,  $\Phi$  — функция ошибки. Для простоты предположим, что все спектральные линии имеют одинаковую ширину, т. е.  $\gamma_j = \gamma_{j+1} = \gamma$  и  $\Gamma_j = \Gamma_{j+1} = \Gamma$ , в противном случае получим подобные, но более сложные выражения.

Поскольку величины во внешних квадратных скобках в (7.181б) и (7.181в) порядка единицы для  $B \leq \gamma(\Gamma)$ , то наибольшее из  $B$  и

$\gamma(\Gamma)$  ограничивает значение  $k'$  и, следовательно, отношение сигнал-шум в случае гауссовского сигнала. В частности, для гауссовского спектра при  $B = V8\gamma$  имеем  $[2\Phi(1)-1] = 0,68$ , тогда как для лоренцевского спектра при  $B = 4(V2-1)\Gamma = 1,66\Gamma$  имеем  $\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}(1) = 0,25$ .

Следовательно, отношение сигнал-шум для гауссовского и лоренцевского спектров уменьшается по сравнению с его значением в случае синусоидального сигнала (спектр — дельта-функция) при одинаковой полосе  $B$ . Это происходит потому, что часть сигнала исключается в случаях гауссовского и лоренцевского спектров по сравнению со спектром в случае дельта-функции, а шумы остаются те же. При фиксированном  $\gamma(\Gamma)$  в приближении  $v_{||} \rightarrow 0$  наилучшее отношение сигнал-шум для гауссовского и лоренцевского сигналов достигается при  $B \rightarrow 0$ , поскольку с уменьшением  $B$  шум уменьшается быстрее, чем сигнал. Конечно,  $B$  не следует уменьшать до значения, меньшего разностной частоты доплеровского сдвига  $|f'_c - f_c| = \frac{v_{||}}{c} f_c$ , которая обычно неизвестна, но может быть оценена. Для  $B \gg \gamma(\Gamma)$  существен учет всех частот сигнала и результат уменьшается по сравнению со случаем синусоидального сигнала. Поэтому необходимо по возможности выбирать такие спектральные линии, для которых (доплеровская) ширина и доплеровский сдвиг минимальны, т. е. линии должны быть узкими и близко расположеными в спектре.

В случае, когда все такие линии эквидистантны, имеют одинаковую мощность и ширину ( $A_j = A_{j+1}$ ;  $P_j = P_{j+1}$ ,  $\gamma_j = \gamma_{j+1} = \gamma$ ;  $D_j = D_{j+1}$ ,  $\Gamma_j = \Gamma_{j+1} = \Gamma$ ) выражения в скобках (7.181) могут быть заменены на

$$\{\cdot\}_{P,G,L} \rightarrow (n-1)/n^2, n = 2, 3, 4, \dots \quad (7.182)$$

При фиксированной мощности излучения на входе лучшие значения достигаются при  $n=2$  (так что  $\{\cdot\}_{P,G,L} = 1/4$ ), поскольку дополнительные линии увеличивают полный шум в большей степени, чем сигнал. Если дополнительные линии увеличивают мощность излучения на входе, то может быть выгоден случай (например, при определении нескольких доплеровских характеристик)  $n > 2$ .

Рассмотрим также случай, когда  $n$  линий излучения одинаковой мощности и равной ширины, попадающих в область частот широкополосного фильтра, могут быть неэквидистантны, но только одна пара линий дает вклад в сигнал на выходе. В этом случае выражение в скобках в (7.181) должно быть заменено на

$$\{\cdot\}_{P,G,L} \rightarrow \frac{1}{n^2}, n = 2, 3, 4, \dots \quad (7.183)$$

Характеристика для  $n > 2$  в этом случае ухудшается, так как дополнительные линии дают вклад только в шум.

Наконец рассмотрим случай приема и детектирования только двух линий ( $n=2$ ) произвольной ширины. Вспоминая, что  $\xi$  представляет собой отношение мощности излучения двух линий на

входе, т. е.  $\xi_P = A_2^2/A_1^2$ ,  $\xi_G = \gamma_2 P_2/\gamma_1 P_1$  и  $\xi_L = D_2/D_1$  выражение в фигурных скобках в (7.181) можно преобразовать:

$$\{\cdot\}_{P,G,L} \rightarrow \xi(1+\xi)^{-2}, \quad (7.184)$$

что опять дает значение  $1/4$  для равных по мощности сигналов ( $\xi=1$ ).

#### 7.4.3. Отношение сигнал-шум и порог $P_{min}$ для двух гауссовых сигналов

Выражение для  $(CШ)_{вых}$  трехчастотной системы для двух гауссовых сигналов с гауссовским спектром (стандартные отклонения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ ) получено с использованием (7.180), (7.181б), (7.184) и (7.106). С хорошим приближением, предполагая, что  $(CШ) \leq 1$ , можно записать

$$(CШ)_{вых} \approx \frac{f_n}{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}} \left\{ \frac{\xi_G}{(1+\xi_G)^2} \right\} \times \left[ \frac{2 \Phi \{B/[2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}]\} - 1}{B/2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}} \right] (CШ)_{вх}^2. \quad (7.185)$$

Для приемников, работающих в режиме ограничения квантовым шумом, таких как фотодиодные приемники и обратносмещенные фотодиоды для ИК и видимой областей спектра [7.4—7.7, 7.10, 7.14, 7.15] в предположении, что регистрируемое излучение и когерентное излучение гетеродина поляризованы в одной плоскости, для нелинейного прибора [см. (7.1) и (7.42б)]

$$(CШ)_{вх} = \eta P_r / h v \Delta f, \quad h v \gg k T. \quad (7.186)$$

Здесь  $\eta = \eta_1$  — квантовая эффективность приемника,  $P_r$  — полная принимаемая мощность сигнала излучения и  $kT$  — тепловая энергия возбуждения ( $k$  — постоянная Больцмана и  $T$  — температура приемника). Для диодов, работающих в фотогальваническом режиме, и фоторезисторов  $(CШ)_{вх}$  обычно в 2 раза меньше, чем следует из (7.186) [7.5, 7.14].

Гетеродинные детекторы для СВЧ и миллиметровой областей ( $h\nu \ll kT$ ) содержат квадратичные смесители, такие как кристаллический диод [7.93], фоторезистор из антимонида индия [7.94—7.96], ячейка Голея [7.95], пироэлектрический детектор [7.95], МОМ-диод и болометр [7.87]. Последние три типа детекторов успешно использовались в средней ИК области (10,6 мкм) [7.97—7.100]. В детекторах таких типов обычно доминирует шум Джонсона [7.100].

$$(CШ)_{вх} = P_r / k T_{эфф} \Delta f. \quad (7.187)$$

Для упрощения ряда параметров и условий работы учтен введенiem эффективной температуры приемника  $T_{эфф}$ . Особый интерес в дальней ИК и миллиметровой областях спектра в последнее время вызывают малошумящие быстродействующие диоды на барье-

рах Шотки, недавно использованные в ряде экспериментов для астрономических наблюдений [7.96, 7.101].

Подставляя (7.186) или (7.187) в (7.185) и полагая  $(CШ)_{вых} = 1$ , получаем порог  $P_{min}$  на выходе трехчастотной системы

$$P_{min} \approx \frac{h v}{\eta} \left\{ \frac{1+\xi_G}{\sqrt{\xi_G}} \right\} \left[ \frac{B/2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}}{2 \Phi \{B/2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}\} - 1} \right]^{1/4} f_n^{1/2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/4} \quad (7.188a)$$

Для приемника, работающего в режиме ограничения квантовым шумом, и

$$P_{min} \approx k T_{эфф} \left\{ \frac{1+\xi_G}{\sqrt{\xi_G}} \right\} \times \left[ \frac{B/2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}}{2 \Phi \{B/2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}\} - 1} \right] f_n^{1/2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/4} \quad (7.188b)$$

для приемника, работающего в режиме ограничения шумом Джонсона.

Обе величины в фигурных и квадратных скобках в (7.188) порядка единицы. Так как  $f_n^{1/2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/4} \approx (v_{||}^{max}/c) (f\nu)^{1/2}$  для  $\gamma > B$ , в то время как эта же величина примерно равна  $(v_{||}^{max}/c) \times [f(f_1-f_2)]^{1/2}$  для  $\gamma < B$  (здесь  $v_{||}^{max}$  — максимальная ожидаемая радиальная скорость), то система дает большие преимущества при высоких частотах излучения  $f$  (так как эффективная ширина полосы примерно равна  $f_n^{1/2}$ ), если фиксированы  $\gamma$  и  $(f_1-f_2)$ . Важны также малая ширина линий и их близкое расположение. Для определенного выбора параметров, характеризующих наблюдаемый объект,  $(CШ)_{вых}$  трехчастотной селективной системы будет обеспечивать достаточно уверенный уровень приема. Для других случаев, как упоминалось ранее, дальнейшее улучшение отношения сигнал-шум может быть получено при использовании многоканального приемника и (или) классического радиометра.

#### 7.4.4. Числовой пример. Астрономическое излучение СН

Как пример использования системы в миллиметровой области спектра, вычислим гетеродинной порог для приема астрономического излучения, возникающего при сверхтонких переходах  $N = -1 \rightarrow 0$ ,  $J = 3/2 \rightarrow 1/2$  радикала CN:  $F = 5/2 \rightarrow 3/2$  ( $f_1 = 113490,9 \pm 0,2$  МГц) и  $F = 3/2 \rightarrow 1/2$  ( $f_2 = 113488,1 \pm 0,3$  МГц) [7.102]. Последние радиометрические наблюдения этого излучения выполнены на простом и однородном по скорости молекулярном облаке Орион-А: измерения излучения  $^{13}\text{C}^{16}\text{O}$  на линии, соответствующей переходу  $N = 1 \rightarrow 0$  привели к уточнению частоты излучения вследствие эффекта Доплера, обусловленного движением облака. В то же время использование гетеродинного радиометра, в котором не проявляется доплеровский сдвиг, требует знания только границ диапазона

скоростей. Например, радиальная скорость, изменяющаяся в значительном диапазоне:  $-200 \leq v_{\parallel} \leq 200$  км/с дает неопределенность доплеровского сдвига  $2|v_{\parallel}|f_c \approx 151,2$  МГц. В этом случае регистрируемые частоты должны быть ограничены значениями  $113415,3$  МГц  $\leq f'_1 \leq 113566,5$  МГц и  $113412,5$  МГц  $\leq f'_2 \leq 113563,7$  МГц. Выбрав  $f_L$  между двумя частотами излучения неподвижных молекул, например  $113490,0$  МГц, получим  $|f'_1 - f_L| \leq 76,5$  МГц и  $|f'_2 - f_L| \leq 77,5$  МГц и, следовательно, можно выбрать  $\Delta f = f_n = 78$  МГц. В зависимости от действительной скорости облака, нелинейный прибор может выдавать сигнал биений излучения гетеродина с прошедшим полосовой фильтр излучением других сверхтонких линий, что будет ухудшать параметры, даже если эти линии относительно слабые. Узкополосный фильтр выбирается с центральной частотой, равной разностной частоте для покоящегося объекта  $f_c = |f_1 - f_2| = 2,8$  МГц, и минимальной шириной  $B = 2(|v_{\parallel}|/c)f_c \approx 1,87$  кГц. Так как  $B \ll 2\sqrt{\gamma^2 + \gamma'^2}$ , то порог определяется значениями  $f_n$  и  $\gamma$  (мы выбрали  $\gamma = 1,5$  МГц, так как  $\gamma_1 \approx \gamma_2 \approx 1,5$  МГц). Поскольку для этих линий [7.102]  $\xi_G = \frac{\gamma_2 P_2}{\gamma_1 P_1} \approx 1/2$ , порог [см. (7.188б)]  $P_{min} \approx kT_{\text{эфф}} \{2, 12\} [1, 11] (8,8 \cdot 10^3) (1,45 \times 10^3) \approx kT_{\text{эфф}} \delta F$  с  $\delta F \approx 30$  МГц, представляющей эффективную ширину полосы фильтра, используемую при вычислениях. Для обычной системы с этой неопределенностью доплеровского сдвига при одноканальном усилении порог должен быть равен  $kT_{\text{эфф}} \Delta f$  при  $\Delta f \approx 78$  МГц, т. е. предлагаемая система имеет преимущества.

Для ситуации, в которой  $B > \gamma$ , применение многоканального приемника с набором узкополосных фильтров вместо полосового фильтра, с шириной полосы пропускания  $B$  позволяет уменьшить число каналов, необходимых для обычной системы. В ИК и видимой областях неизвестный доплеровский сдвиг дает большую неопределенность частот, принимаемых излучений, чем в длинноволновом диапазоне. Поэтому такая система может быть полезна при приеме атомного и молекулярного излучений высокой частоты, особенно в области длинноволновых атмосферных окон. Например, в 1940 г. впервые наблюдали интенсивное излучение при оптических переходах в радикале CN межзвездных источников [7.103, 7.104]; пытались надежно зарегистрировать линию  $R$  (2) излучения CN, что позволило бы уточнить оценку фонового космического излучения на длине волн 1,32 мм [7.104]. Особое внимание также должно быть уделено ИК излучению CO. Этот газ в межзвездном пространстве имеет относительно большую плотность и очень широкий набор скоростей, как это следует из исследований излучения в миллиметровом диапазоне волн [7.105, 7.106]. Ясно, что все эти соображения применимы к детектированию лазерного излучения космических источников [7.103, 7.107—7.109] и обнаружения удаленных пылевых скоплений [7.110, 111].

#### 7.4.5. Обсуждение

В этом параграфе был описан селективный гетеродинный радиометр, перспективный для детектирования удаленных объектов, таких как пылевые скопления или межзвездные молекулы. Система работает на разностной частоте двух излучаемых линий, при близком расположении которых разностная частота не зависит от доплеровского сдвига. Две близкие частоты могут наблюдаться при переходах в изотопах одного и того же вещества. Система вносит малые потери по сравнению с обычным гетеродинным радиометром и имеет ряд специфических преимуществ. В частности, необходимо знать разность частот излучения покоящегося объекта, а не сами частоты линий, которые иногда трудно определить [7.112], и не требуется ни стабильного, ни перестраиваемого гетеродина. Очевидно, что это требует знания порядка величины скорости источника и, следовательно, обычно непригодно для спектроскопии. Изменение скорости или направления движения источника существенно не изменяет обнаружительную способность системы. Это особенно важно в ИК и видимой областях спектра, где доплеровские сдвиги обычно велики.

Для ряда интересных случаев, включая синусоидальные сигналы и гауссовские сигналы с гауссовским и лоренцевским спектрами, получены гетеродинный порог системы и отношение сигнал/шум на выходе. Рассмотрено также влияние излучения на нескольких ( $n \geq 2$ ) сигнальных частотах. Желательны следующие условия работы: 1) частота гетеродина должна лежать приблизительно между сигнальными частотами; 2) наиболее желательны близкие ( $B$  мало) линии с минимальным уширением (малым  $\gamma$ ); 3)  $\Delta f$  ( $f_n$ ) должна быть минимизирована ожидаемым доплеровским сдвигом; 4) необходимо выбирать наиболее интенсивную пару линий, удовлетворяющую приведенным выше условиям.

Как пример использования метода в миллиметровой области спектра приведена регистрация излучения CN и показана возможность использования метода при более высоких частотах. Для субмиллиметровой области можно использовать сочетание диода Шоттки с гармоническим смесителем, которое обеспечит на входе низкочастотный сигнал. В этих приборах легко генерируются гармоники местного гетеродина [7.101], следовательно, легко осуществить селективный гетеродинный радиометр [7.113].

В качестве гетеродина в этой области частот обычно может быть использован генератор на лавинно-пролетных диодах, так как при этом не требуется высокой стабильности частоты, трудно достижимой в этом приборе [7.96]. В области высоких частот возможно использование некоторых фиксированных лазерных линий, поскольку нет необходимости в перестройке частоты гетеродина.

К недостаткам системы, наряду с дополнительной сложностью, относится отсутствие доплеровской информации и трудность наблюдения линий поглощения и излучения с непрерывным спектром. Использование калиброванной нагрузки здесь также сложнее,

чем в обычном случае. И наконец, существует неопределенность при соответствующей идентификации зарегистрированного сигнала разностной частоты; это аналогично проблеме идентификации сигнала доплеровского сдвига в обычной схеме. Таким образом, система была бы полезна для применения в тех случаях, когда она наиболее эффективна: при поиске известных слабоизлучающих удаленных объектов с неизвестной доплеровской характеристикой.

Наконец, обратим внимание на вариант этой схемы, который называется гетеродинным корреляционным радиометром [7.114]. Он был полезен как чувствительный приемник для обнаружения излучающих объектов с известным доплеровским сдвигом, наличие которых желательно подтвердить. Такое излучение может возникнуть, например, от удаленных молекулярных источников, пылевых скоплений, следов минералов, химических веществ или вообще источников со сложным многолинейчатым спектром. Излучающий образец физически может быть частью лабораторного устройства, излучение которого после гетеродинного приема сопоставляется с излучением удаленного объекта. Ожидается, что рассматриваемая система будет особенно полезна для обнаружения источников, энергия излучения которых распределена по большому числу линий, частоты которых не обязательно известны. Не требуется ни стабильного, ни перестраиваемого гетеродина. Выражение для гетеродинного порога в этом случае подобно соотношению для обычного гетеродинирования (как для приемников, работающих как в режиме ограничения квантовым шумом, так и в режиме ограничения шумом Джонсона). Заметным отличием является то, что характеристика предложенной системы улучшается с увеличением числа регистрируемых линий удаленного источника излучения и локальной мощности излучения. Ухудшения характеристик из-за нежелательного излучения примесей не происходит.

## 8. Последние достижения в технологии приемников видимого и ИК диапазонов

*P. Дж. Киес<sup>1</sup>*

Со времени публикации первого издания книги значительный прогресс в технологии приемников видимого и ИК диапазонов привел к достижениям в области приема фотонов. В основном эти достижения связаны с развитием или практическим использованием существующих концепций, а не с разработкой принципиально новых методов приема излучения. Тем не менее эти успехи явились стимулом для широкого применения приемников видимого и ИК диапазонов в различных областях, в частности, в телевидении,

связи, при получении информации со спутников, в приборах ночных видения, военных системах с ТВ- и ИК-наведением и бытовых приборах.

Представленный в этой главе материал основан на сообщениях авторов этой книги, на обобщении информации, полученной из периодических научных изданий и бесед с Дж. Фойтом из лаборатории им. Линкольна. В последние годы прогресс в усовершенствовании приемников видимого и ИК диапазонов был весьма многообразным, и все стороны этого процесса трудно полноценно представить в одной главе. Рассмотрим только некоторые достижения, которые, как полагает автор, отражают общие тенденции развития. Многочисленные ссылки должны помочь читателю в ознакомлении с более подробной информацией и расширить кругозор, в том числе и в области технологий.

Успехи в разработке приемников рассмотрены в соответствии с общей классификацией приемников, приведенной в первых главах книги (тепловые, фоторезисторные, фотогальванические, фотоэмиссионные, на ПЗС и гетеродинные приемники). В последней части главы показаны перспективы разработки приемников и технологии их изготовления, которые, по мнению автора, окажут значительное влияние на использование приемников видимого и ИК диапазонов для решения важных задач нашего общества.

### 8.1. ТЕПЛОВЫЕ ПРИЕМНИКИ

Как показывают оригинальные публикации, хотя и не разработано ни одного нового типа тепловых приемников, интерес к ним постоянно растет, улучшаются их рабочие характеристики, надежность и конструкции. Этот прогресс обусловлен тремя различными потребностями. Во-первых, приемники с улучшенными рабочими характеристиками необходимы для ИК астрономии, как наземной, так и космической. Во-вторых, неохлаждаемые приемники с хорошими характеристиками требуются для радиометров, устанавливаемых на искусственных спутниках и межпланетных станциях. В-третьих, промышленности необходимы дешевые и надежные приемники для систем тревожной сигнализации и для промышленных приборов. Последнее обусловило крупномасштабное производство определенных приемников для более широкого, чем это было раньше, использования теплового (8 ... 13 мкм) излучения. В процессе разработок сформировалось понимание того, что неохлаждаемые тепловые приемники не только более дешевы, но и обладают набором характеристик, которые делают их незаменимыми в некоторых применениях, хотя по своим параметрам они уступают охлаждаемым фотонным приемникам. Этот процесс продолжается, и можно сказать, что быстрое развитие тепловых приемников будет продолжаться и далее.

<sup>1</sup> Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Lexington, MA 02173, USA.

К главе 7

- 7.1 A.T. Forrester, R.A. Gudmundsen, P.O. Johnson: Phys. Rev. **99**, 1691 (1955)
- 7.2 A.Javan, E.A. Ballik, W.L. Bond: J. Opt. Soc. Am. **52**, 96 (1962)
- 7.3 B.J. McMurtry, A.E. Siegman: Appl. Opt. **1**, 51 (1962)
- A.E. Siegman, S.E. Harris, B.J. McMurtry: Optical heterodyning and optical demodulation at microwave frequencies. In: *Optical Masers*, ed. by J. Fox (Wiley-Interscience, New York 1963) pp. 511-527
- 7.4 M.C. Teich, R.J. Keyes, R.H. Kingston: Appl. Phys. Lett. **9**, 357 (1966)
- 7.5 M.C. Teich: Proc. IEEE **56**, 37 (1968) [Reprinted in *Infrared Detectors*, ed. by R.D. Hudson, Jr., J.W. Hudson (Dowden, Hutchinson and Ross, Stroudsburg 1975)]
- 7.6 B.M. Oliver: Proc. IRE **49**, 1960 (1961)
- H.A. Haus, C.H. Townes, B.M. Oliver: Proc. IRE **50**, 1544 (1962)
- \* 7.7 A.E. Siegman: Proc. IEEE **54**, 1350 (1966)
- \* 7.8 W.S. Read, D.L. Freed: Proc. IEEE **51**, 1787 (1963)
- 7.8a M.M. Abbas, M.J. Mumma, T. Kostik, D. Buhl: Appl. Opt. **15**, 427 (1976)
- 7.8b E. Jakeman, C.J. Oliver, E.R. Pike: Advances in Phys. **24**, 349 (1975)
- \* 7.9 M.C. Teich: Proc. IEEE **57**, 786 (1969)
- 7.10 M.C. Teich, R.Y. Yen: J. Appl. Phys. **43**, 2480 (1972)
- 7.11 U.M. Titulaer, R.J. Glauber: Phys. Rev. **140**, B676 (1965); Phys. Rev. **145**, 1041 (1966)
- 7.12 M.C. Teich: Appl. Phys. Lett. **14**, 201 (1969)
- 7.13 M.C. Teich: Quantum theory of heterodyne detection. In: *Proc. Third Photoconductivity Conf.*, ed. by E.M. Pell (Pergamon, New York 1971) pp. 1-5
- 7.14 M.C. Teich: Coherent detection in the infrared. In: *Semiconductors and Semimetals*, ed. by R.K. Willardson and A.C. Beer (Academic, New York 1970) **5**, *Infrared Detectors*, Chap. 9, pp. 361-407
- 7.15 L. Mandel, E. Wolf: J. Opt. Soc. Am. **65**, 413 (1975)
- 7.15a G. Lachs: Phys. Rev. **138**, B 1012 (1965)
- 7.15b J. Peřina: Phys. Lett. **24A**, 333 (1967)
- 7.15c J. Peřina, R. Horák: J. Phys. A **2**, 702 (1969)
- 7.15d E. Jakeman, E.R. Pike: J. Phys. A **2**, 115 (1969)
- 7.15e J. Peřina, V. Peřinová, L. Mišta: Opt. Acta **19**, 579 (1972)
- 7.15f M.C. Teich, W.J. McGill: Phys. Rev. Lett. **36**, 754 (1976)
- 7.16 M.C. Teich: IEEE J. Quant. Electron. **QE-11**, 595 (1975)
- 7.17 A. Einstein: Ann. Physik **17**, 132 (1905) [translation: Am. J. Physics **33**, 367 (1965)]
- 7.18 L. Mandel: Proc. Phys. Soc. (London) **74**, 233 (1959); see also  
E.M. Purcell: Nature **178**, 1449 (1956)  
L. Mandel: Proc. Phys. Soc. (London) **72**, 1037 (1958)
- 7.19 R.J. Glauber: Phys. Rev. **130**, 2529 (1963); Phys. Rev. **131**, 2766 (1963)
- 7.20 P.L. Kelley, W.H. Kleiner: Phys. Rev. **136**, A316 (1964)
- 7.21 M.C. Teich, G.J. Wolga: J. Opt. Soc. Am. **57**, 542 (1967)
- 7.22 M.C. Teich, J.M. Schroeer, G.J. Wolga: Phys. Rev. Lett. **13**, 611 (1964)
- 7.23 H. Sonnenberg, H. Heffner, W. Spicer: Appl. Phys. Lett. **5**, 95 (1964)
- 7.24 M.C. Teich: Two quantum photoemission and dc photomixing in sodium, Ph.D. thesis (Cornell University 1966) unpublished [also Report no. 453, Materials Science Center, Cornell University, Ithaca, New York, February 1966]
- 7.25 M.C. Teich, G.J. Wolga: Phys. Rev. **171**, 809 (1968)
- 7.26 F. Shiga, S. Imamura: Phys. Lett. **25A**, 706 (1967)
- 7.27 E.M. Logothetis, P.L. Hartman: Phys. Rev. Lett. **18**, 561 (1967)
- 7.28 E.M. Logothetis, P.L. Hartman: Phys. Rev. **187**, 460 (1969)
- 7.29 R.E.B. Makinson, M.J. Buckingham: Proc. Phys. Soc. A (London) **64**, 135 (1951)
- 7.30 R.L. Smith: Phys. Rev. **128**, 2225 (1962)

- 7.31 H.C. Bowers: Theoretical and experimental considerations of the double-quantum photoelectric effect, M.S. thesis (Cornell University 1964) unpublished
- 7.32 I. Adawi: Phys. Rev. **134**, A 788 (1964)
- 7.33 P. Bloch: J. Appl. Phys. **35**, 2052 (1964)
- 7.34 M.C. Teich, G.J. Wolga: Phys. Rev. Lett. **16**, 625 (1966)
- 7.35 P. Lambropoulos, C. Kikuchi, R.K. Osborn: Phys. Rev. **144**, 1081 (1966)
- 7.36 B.R. Mollow: Phys. Rev. **175**, 1555 (1968)
- 7.37 G.S. Agarwal: Phys. Rev. A **1**, 1445 (1970)
- 7.38 M.C. Teich, R.L. Abrams, W.B. Grundrud: Opt. Communic. **2**, 206 (1970)
- 7.39 P. Diament, M.C. Teich: J. Opt. Soc. Am. **59**, 661 (1969)
- 7.40 C. Freed, H.A. Haus: Phys. Rev. **141**, 287 (1966)  
G. Lachs: J. Appl. Phys. **39**, 4193 (1968)
- 7.41 M.C. Teich, P. Diament: J. Appl. Phys. **40**, 625 (1969)
- 7.42 P.P. Barashev: Zh. Eksp. i Teor. Fiz. (USSR) **59**, 1318 (1970) [translation: Soviet Phys. JETP **32**, 720 (1971)]
- 7.43 P.P. Barashev: Phys. Stat. Sol. (a) **9**, 9 (Part I) and 387 (Part II) (1972)
- 7.44 L. Mandel: J. Opt. Soc. Am. **57**, 613 (1967)  
L. Mandel, E. Wolf: Rev. Mod. Phys. **37**, 231 (1965)
- 7.44a M.J. Beran, J. DeVelis, G. Parrent: Phys. Rev. **154**, 1224 (1967)
- 7.45 M.C. Teich, D.A. Befkley, G.J. Wolga: Rev. Sci. Instr. **36**, 973 (1965)
- 7.46 R.A. Fox, R.M. Kogan, E.J. Robinson: Phys. Rev. Lett. **26**, 1416 (1971)  
S. Klarsfeld, A. Maquet: Phys. Rev. Lett. **29**, 79 (1972)
- 7.47 S.J. Ippolito, S. Rosenberg, M.C. Teich: Rev. Sci. Instr. **41**, 331 (1970)
- 7.48 M.C. Teich: Appl. Phys. Lett. **15**, 420 (1969); U.S. Patent Number 3, 875, 399
- 7.49 R.L. Abrams, R.C. White, Jr.: IEEE J. Quantum Electron. **QE-8**, 13 (1972)
- 7.50 M.C. Teich, R.Y. Yen: Appl. Opt. **14**, 666 (1975)
- 7.51 M.C. Teich, R.Y. Yen: Appl. Opt. **14**, 680 (1975)
- 7.52 M.C. Teich: Rev. Sci. Instr. **46**, 1313 (1975)
- 7.53 W.B. Davenport, Jr., W.L. Root: *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise* (McGraw-Hill, New York 1958) p. 112
- 7.54 D.J. Angelakos, T.E. Everhart: *Microwave Communications* (McGraw-Hill, New York 1968) p. 204
- 7.55 Ref. [7.53], pp. 257-259
- 7.56 Ref. [7.53], p. 255
- 7.57 M.I. Skolnik: *Introduction to Radar Systems* (McGraw-Hill, New York 1958) p. 185
- 7.58 W.E. Murray, Jr.: Coherent laser radar Doppler signatures. In: *Optics Research* (MIT Lincoln Lab. 1969) No. 1, p. 6
- 7.59 R.Y. Yen: Optical communications: An investigation of several techniques, Ph.D. thesis (Columbia University 1972) unpublished
- 7.60 Ref. [7.53], p. 308
- 7.61 H.A. Bostick: IEEE J. Quantum Electron. **QE-3**, 232 (1967)
- 7.62 H.A. Bostick, L.J. Sullivan: Laser radar and tracking. In: *Optics Research* (MIT Lincoln Lab. 1969) No. 1, p. 21
- 7.63 Ref. [7.53], p. 193
- 7.64 Ref. [7.53], p. 356
- 7.65 R.G. Gallager: *Information Theory and Reliable Communication* (Wiley, New York 1968) p. 365
- 7.66 R.J. Schwarz, B. Friedland: *Linear Systems* (McGraw-Hill, New York 1965) p. 299
- 7.67 Ref. [7.53], pp. 93-101
- 7.68 M. Kac, A.J.F. Siegert: J. Appl. Phys. **18**, 383 (1947)
- 7.69 R.C. Emerson: J. Appl. Phys. **24**, 1168 (1953)
- 7.70 V. Voorhis: *Microwave Receivers* (McGraw-Hill, New York 1948) p. 157
- 7.71 S.O. Rice: Mathematical Analysis of Random Noise. In: *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*, ed. by N. Wax (Dover, New York 1954) pp. 133-294

- 7.72 S. Stein, J.J. Jones: *Modern Communication Principles* (McGraw-Hill, New York 1967) pp. 138-139
- 7.73 W.K. Pratt: *Laser Communication Systems* (Wiley, New York 1969) pp. 224-229
- 7.74 Ref. [7.53], pp. 352-355
- 7.75 D.L. Fried, G.E. Mevers: *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 740-741 (1965)
- 7.76 M.C. Teich, S. Rosenberg: *Appl. Opt.* **12**, 2616 (1973)
- 7.77 S. Rosenberg, M.C. Teich: *Appl. Opt.* **12**, 2625 (1973)
- 7.78 S. Rosenberg, M.C. Teich: *IEEE Trans. Inform. Theory* **IT-19**, 807 (1973)
- 7.79 Ref. [7.72], pp. 286-309
- 7.80 V.I. Tatarski: *Wave Propagation in a Turbulent Medium* (McGraw-Hill, New York 1961)
- 7.81 P. Diament, M.C. Teich: *J. Opt. Soc. Am.* **60**, 1489 (1970)  
J. Peřina, V. Peřinová, M.C. Teich, P. Diament: *Phys. Rev. A* **7**, 1732 (1973)
- \*7.82 R.S. Lawrence, J.W. Strohbehn: *Proc. IEEE* **58**, 1523 (1970)
- 7.83 D.L. Fried: *Appl. Opt.* **10**, 721 (1971)
- 7.84 Ref. [7.53], p. 167
- 7.85 R.H. Dicke: *Rev. Sci. Instr.* **17**, 268 (1946)
- 7.86 J.D. Kraus: *Radio Astronomy* (McGraw-Hill, New York 1966)
- 7.87 T.G. Phillips, K.B. Jefferts: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **MTT-22**, 1290 (1974)
- 7.88 J. Gay, A. Journet, B. Christophe, M. Robert: *Appl. Phys. Lett.* **22**, 448 (1973)
- 7.89 H. van de Stadt: *Astron. Astrophys.* **36**, 341 (1974)
- 7.90 T. de Graauw, H. van de Stadt: *Nature (Phys. Sci.)* **246**, 73 (1973)
- 7.91 D.W. Peterson, M.A. Johnson, A.L. Betz: *Nature (Phys. Sci.)* **250**, 128 (1974)
- 7.92 N.J. Evans II, R.E. Hills, O.E.H. Rybeck, E. Kollberg: *Phys. Rev. A* **6**, 1643 (1972)
- 7.93 C.H. Townes, A.L. Schawlow: *Microwave Spectroscopy* (McGraw-Hill, New York 1955)
- \*7.94 E.H. Putley: *Proc. IEEE* **54**, 1096 (1966)
- 7.95 H.A. Gebbie, N.W.B. Stone, E.H. Putley, N. Shaw: *Nature (Phys. Sci.)* **214**, 165 (1967)
- 7.96 A.A. Penzias, C.A. Burris: *Ann. Rev. Astronomy Astrophys.* **11**, 51 (1973)
- 7.97 R.L. Abrams, A.M. Glass: *Appl. Phys. Lett.* **15**, 251 (1969)
- 7.98 E. Leiba: *Compt. Rend. (Paris)* **268**, B 31 (1969)
- 7.99 R.L. Abrams, W.B. Gandrud: *Appl. Phys. Lett.* **17**, 150 (1970)
- 7.100 B. Contreras, O.L. Gaddy: *Appl. Phys. Lett.* **18**, 277 (1971)
- 7.101 H.R. Fetterman, B.J. Clifton, P.E. Tannenwald, C.D. Parker, H. Penfield: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **MTT-22**, 1013 (1974)  
K. Mizuno, R. Kuwahara, S. Ono: *Appl. Phys. Lett.* **26**, 605 (1975)
- 7.102 A.A. Penzias, R.W. Wilson, K.B. Jefferts: *Phys. Rev. Lett.* **32**, 701 (1974)
- 7.103 D.M. Rank, C.H. Townes, W.J. Welch: *Science* **174**, 1083 (1971)
- 7.104 P. Thaddeus: *Ann. Rev. Astronomy Astrophys.* **10**, 305 (1972)
- 7.105 R.W. Wilson, K.B. Jefferts, A.A. Penzias: *Astrophys. J. Lett.* **161**, L43 (1970)
- 7.106 P.M. Solomon: *Phys. Today* **26**, # 3, 32 (1973)
- 7.107 M.M. Litvak: *Ann. Rev. Astronomy Astrophys.* **12**, 97 (1974)
- 7.108 L.E. Snyder, D. Buhl: *Astrophys. J. Lett.* **189**, L31 (1974)
- 7.109 L.E. Snyder: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **MTT-22**, 1299 (1974)
- 7.110 E.D. Hinkley, P.L. Kelley: *Science* **171**, 635 (1971)
- 7.111 R. Menzies: *Appl. Phys. Lett.* **22**, 592 (1973)
- 7.112 B. Zuckerman, P. Palmer: *Ann. Rev. Astronomy Astrophys.* **12**, 279 (1974)
- 7.113 P.F. Goldsmith, R.L. Plambeck, R.Y. Chiao: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **MTT-22**, 1115 (1974)
- 7.114 M.C. Teich: *Proc. Society Photo-Optical Instrumentation Engineers* **82**, 132 (1976)
- 5.74. Юбиг, Белл. Усовершенствованные фотокатоды на основе GaAs и InGaAs. — ТИИЭР, 1968, т. 56, № 9, с. 238.
- 5.121. Джексон, Ии. Зависимость выхода фотоэмиссии от ширины запрещенной зоны в сплавах GaInAs. — ТИИЭР, 1971, т. 59, № 1, с. 97.
- 5.134. Спайсер, Вутен. Фотоэмиссия и фотоумножители. — ТИИЭР, 1963, т. 51, № 8.

## К главе 6

- 6.4. Секен К., Томпсет М. Приборы с переносом заряда: Пер. с англ. — М.: Мир, 1978.

## К главе 7

- 7.7. Зигман. Антенные свойства оптических гетеродинных приемников. — ТИИЭР, 1966, т. 54, № 10, с. 136.
- 7.9. Тейч. Гомодинное детектирование инфракрасного излучения, отраженного от движущейся рассеивающей цели. — ТИИЭР, 1969, т. 57, № 5.
- 7.82. Лоуренс, Стробен. Эффекты, существенные для оптической связи, которые возникают при распространении света в нерассеивающей атмосфере. Обзор. — ТИИЭР, 1970, т. 58, № 10, с. 130.
- 7.94. Патли. InSb-детектор в качестве смесителя на длину волны 1 мм. — ТИИЭР, 1966, т. 54, № 8, с. 100.
- 7.42. Барашев П. П. Статистические характеристики многоквантового фототока. — ЖЭТФ, 1970, т. 59, № 4(10), с. 1318.

## К главе 8

- 8.24. Зайцев Г. А., Хребтов И. А. Частотные свойства тонкопленочных болометров, работающих в жидком гелии. — Прикладная спектроскопия, 1978, т. 28, № 1, с. 125—130.
- 8.29. Лю С. Т., Лонг Д. Пироэлектрические приемники излучения и материалы для них. — ТИИЭР, 1978, т. 66, № 1, с. 16—31.
- 8.31а. Кременчугский Л. С., Самойлов В. Б. Исследование динамического пироэлектрического эффекта в тонкослойных сегнетоэлектриках и разработка пироэлектрических приемников излучения на их основе. — УФЖ, 1979, т. 24, № 2, с. 274—287.
- 8.36б. Ельфимов О. В., Кременчугский Л. С., Скляренко С. К. Линейки пироэлектрических приемников излучения. — ПТЭ, 1978, т. 21, № 3, с. 211—213.
- 8.44. Воронов В. В., Карлов Н. В., Кузьмин Г. П. и др. Малоинерционный пироэлектрический детектор на основе кристаллов  $Ba_{0.25}Sr_{0.75}Nb_2O_6$ . — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 9, с. 190—193.
- 8.48б. Хартунг К., Юртей Р. Исследование свойств оптопрермического приемника. — Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 8, с. 1825.
- 8.60. Шепар. Возможности и применения современных ИК-видиконов. — Электроника, 1977, т. 50, № 24, с. 26—34.

## К главе 8

- 8.1 S.C. Chase: *SPIE* **95**, 30-37 (1976)  
S.C. Chase, J.L. Engel, H.W. Eyerly, Hugh H. Kieffer, F.D. Palluconi: *Appl. Opt.* **17**, 1243-1251 (1978)